

## 検討 0.1 nmを計測するために

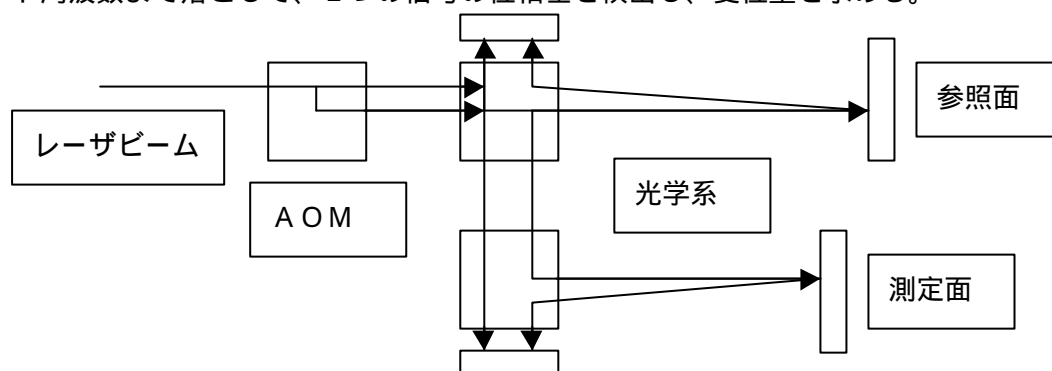
### 株式会社フォトンプローブ

ここでは、0.1 nmを計測するための条件を検討する。

#### (1) はじめに

##### 0. 光ヘテロダイン計測の基本事項

簡単に計測原理を示す。次図のように参照面と測定面の2つの面があり、参照面に対する測定面の変位を測定の対象とする。この変位量を、光波長をものさしとして求める。光周波数を電気信号処理できるビート周波数まで落として、2つの信号の位相差を検出し、変位量を求める。



一つの波長の光をわずかに異なる2つの波長の光に変換し、一方の光を参照面、測定面に入射・反射させ、他方の光と干渉させる光学系である。光検出器は2つあり、測定面・参照面ともにその干渉信号を検出する。測定面もしくは参照面がわずかに動けば光路長変動し、対応する干渉信号の位相は変動する。その様子を数式で簡単に示す。

二つの光波長を $\lambda_1$  (周波数 $f_1$ )、 $\lambda_2$  (周波数 $f_2$ ) とすると、光の電場は

$$E_1 = E_{10} \times \exp(i 2 \pi f_1 t + i \phi_1)$$

$$E_2 = E_{20} \times \exp(i 2 \pi f_2 t + i \phi_2)$$

干渉信号 (ビート信号) の位相 $\phi$ は

$$\phi = 2 \pi (f_1 - f_2) t + \phi_1 - \phi_2$$

となる。第2, 3項が波長を物差しとした光路長の関数であることより、位相を検出すれば、光路長の変化を求めうることになる。

この原理により、高精度に計測するには、次の点をクリアしなければならないことが知れる。

- (1) 光波長は安定であること
- (2) ビート周波数は安定であること
- (3) 光検出器は広帯域であること
- (4) 時間計測は安定であること
- (5) 干渉信号にノイズがないこと
- (6) 信号処理回路は高速であること
- (7) 信号の同時性があること
- (8) 機械的なノイズが発生しないこと

どの程度の性能が必要かが問われることになる。

## 1. 光学系について

上図は基本的な干渉光回路であり、実際にはA S E Tより示された光回路（別図）を光学系とする。この光学系では、光路を折り返すことで、変動分をキャンセルせんとしている。以下はこの光学系を前提として検討を進める。

この光学系は変位に対して4倍に拡大して観測されるので、この光回路は精度向上をもたらしている。

## (2) 検討

### 1. 位相検出の精度に何が必要か？

光波長を $\lambda(t)$ と時間の関数で表して、ビート周波数を改めて書き直すと

$$f(t) = c \left( \frac{1}{l_0(t) + l_1(t)} - \frac{1}{l_0(t+\tau) + l_2(t+\tau)} \right)$$

$\tau$ は光路長がわずかに異なるために生じる時刻のずれ。 $\lambda_0(t)$ はレーザ光源の波長安定性に依存。

$\lambda_1(t)$ ,  $\lambda_2(t)$ はAOMに加える周波数の安定度に依存。

測定面、参照面が全く移動しないで、機械的なノイズもない場合の一方の光検出器での位相 $\phi$ は

$$f(t) = 2p(t - \Delta)(f_0(t) - f_0(t + \tau) + f_1(t) - f_2(t + \tau))$$

$$f(t + \Delta\tau) = 2p(t + \Delta\tau - \Delta)(f_0(t + \Delta\tau) - f_0(t + \Delta\tau + \tau) + f_1(t + \Delta\tau) - f_2(t + \Delta\tau + \tau))$$

$\Delta\tau$ の時間後の位相値は、揺らぎに依存することが知れる。ここで $\Delta$ は測定面と参照面の光路長の相違から発生する時間のずれである。（どちらかをゼロにすれば相手方は $\Delta$ 発生する）

$$f(t + \Delta\tau) = f(t) \pm b(t, \Delta\tau)$$

と周波数の揺らぎをあらわす。ここで、 $b(t, \Delta\tau)$ は確率過程に起因する揺らぎで最大値を制御できるが、時間変動の制御は不可能。（そこで、位相の値を計算する際には最大値（ $B$ で表現）を用いて表現する。）位相の差をこの揺らぎが全くない理想的状態での位相 $\phi$ との差としてあらわすと、

$$\begin{aligned} S &= f(t + \Delta\tau) - f(t) - (\Phi(t + \Delta\tau) - \Phi(t)) \\ &= 2p(t - \Delta)(B_0(t, \tau) + B_0(t, \Delta\tau + \tau) + B_{12}(t, \tau) + B_{12}(t, \Delta\tau + \tau)) \\ &\quad + 2p\Delta\tau(B_0(t, \Delta\tau + \tau) + B_{12}(t, \Delta\tau + \tau)) \end{aligned}$$

$S$ 値はゼロが理想的である。この式から知れることは

$\Delta$ を小さくすること ——> 光学系を対称性高く構成する

$B_0$ を小さくする ——> 光源の周波数安定度を高くする

$B_{12}$ を小さくする ——> ビート周波数の安定度を高くする

<< 平均化操作の優位性 >>

$S$ 値は $\Delta\tau$ 時間間隔ごとに決まる。確立過程より発生したノイズが主であるため

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^N B_0(t_i, \tau) = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^N B_{12}(t_i, \tau) = 0$$

が成り立つ。したがって、複数回の計測において、 $B_0$ ,  $B_{12}$ の平均値は確率高く減少する。

<< 数値的予測 >>

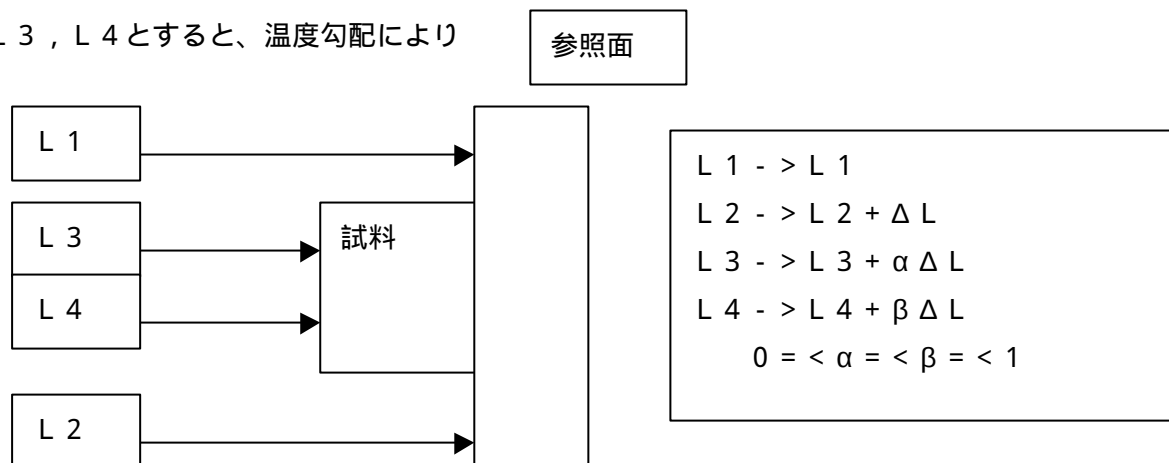
$\Delta\tau = 10 \mu s$ 、試行回数を $10^6$ 回（10秒間）、 $B_0 = 10^{-9}$ 、 $B_{12} = 10^{-9}$ の場合、積算誤差は

$$\sum S = 2p \cdot 10^{-5} \cdot (10^{-9} + 10^{-9}) \cdot 10^6 = 4p \cdot 10^{-8}$$

2π位相を半波長として、0.1nmを下回る事が知れる。3600秒の場合でも、B0, B12値が良ければ積算誤差は下回る。逆に最悪のケースを考慮した場合、B0, B12値には10<sup>-9</sup>程度が必要であることが知れる。

## 2. 試料に温度勾配が発生する場合の精度への影響

今検討する光回路では試料面で二箇所、参照面で二箇所反射する。その反射点位置での光路長をL1, L2, L3, L4とすると、温度勾配により



温度勾配により発生した参照面と試料面との光路長の差は

$$2\Delta L(1 - a - b)$$

となり、試料面に一度だけ入射する場合の

$$2\Delta L(1 - a)$$

に比較して、特性が良くなる場合の温度勾配が限定できる。たとえば、最も起き易い線形的に温度が変化していた場合では、エラーの発生を押さえていることが知れる。これより、予定光回路は精度を上げ得ることが知れる。

逆に予想される温度分布より、光入射の位置を変えることが望ましい。たとえば、線形的な温度分布であれば、試料に入射する位置を等間隔にする光学系も一つである。

## 3. 空気の乱れ（対流等）が発生する場合の精度への影響

4つの光ビームの光路の1つにのみ空気の乱れがある場合、キャンセルすることはできない。しかしながら、試料の大きさと空気の流体性から複数に影響を与えると考えるのが妥当である。

空気の屈折率は圧力（P気圧）と温度（T度C）に依存して概略

$$n = 1 + 0.0002767 \times P - 8 \times 10^{-5} \times (T - 20)$$

と与えられる。したがって、1気圧、20度Cの静止状態での位相との差は

$$f = 2p \frac{L}{\lambda} (2.767 \cdot 10^{-4} \cdot P - 8 \cdot 10^{-5} \cdot (T - 20))$$

となる。極端な場合として0.7気圧、15度Cの場合には、0.1nmの位相検出のためには、L = 1cmとしても対応できないことが知れる。これは単独の光路の位相差変動を扱った場合の限界・可能性を示すものである。

しかしながら光ヘテロダイン方式では2ビームを用いることができるので、L1, L2, L3, L4す  
Photon Probe, Inc. Japan

すべての光路について、気圧 ( P 1 , P 2 , P 3 , P 4 ) , 温度 ( T 1 , T 2 , T 3 , T 4 ) を考慮する。

1 気圧、20 度 C の静止状態での位相との差は

$$C_p = 2.767 \times 10^{-4}$$

$$C_t = 8 \times 10^{-5}$$

$$\Delta\Phi = \frac{2p}{l} (2C_p(L_1(P_1-1) + L_2(P_2-1) - L_3(P_3-1) - L_4(P_4-1)) \\ + 2C_t(L_1(T_1-20) + L_2(T_2-20) - L_3(T_3-20) - L_4(T_4-20)))$$

と示される。0.1 nm 以下の分解能を得るためには

$$L_1(P_1-1) + L_2(P_2-1) - L_3(P_3-1) - L_4(P_4-1) < 2 \cdot 10^{-5}$$

$$L_1(T_1-20) + L_2(T_2-20) - L_3(T_3-20) - L_4(T_4-20) < 6 \cdot 10^{-3}$$

の条件が要求される。この条件を満たし続けられるかいは、測定時間が長い場合、特に問題となる。測定のスタート時に条件を満足するように設定しても、L 1 , L 2 , L 3 , L 4 に差がある以上、圧力変動、温度変動の影響が出る。圧力に関しては測定環境を真空に近い状況とし、温度に関しては高温槽内で計測することが必要であろう。

短い時間の場合には、圧力の影響は、平均化操作で押さえられよう。

試料と台の間に 1 cm の差がある場合、圧力は 0.001 気圧程度の変動に押さえなければならない。通常環境では無理であろう。

試料と台の間に 1 cm の差がある場合、温度は 0.3 度以内に押さえなければならない。温度制御が必要である。

できるだけ、打ち消し合える光学系をくみ上げる

#### 4. 光源およびビート周波数に要求される安定度と装置は？

平均化操作がホワイトノイズを打ち消すのは最良の場合と捉え、ここでは最悪の場合につき検討を進める。先に、 $B_0 = 10^{-9}$ 、 $B_{12} = 10^{-9}$  を想定したが、このあたりが最悪に備えて必要な安定度と推測できる。

弊社の周波数安定化 HeNe レーザは、 $B_0 = 3 \times 10^{-9}$  程度である。今回の場合には少し足りない安定度である。(ちなみに弊社の仕様値は分解能 1 nm であり、周波数安定化レーザで足りることが知れよう)。これより高い安定度を得るには固体レーザがある。波長が YAG の倍高調波で 532 nm の固体レーザが第 1 候補である。

ビート周波数を作り出すために弊社では周波数シフターを開発し、使用している。しかし、弊社所有の製品でも最高で 0.02 ppm ( $2 \times 10^{-8}$ ) 程度であり、今回の最悪に備えられない。ただし、ビート周波数の安定度は光学系の対称性にも依存するので、一概に決め付けられない点もある。

いずれにせよ、今回の要求に合った周波数シフターを開発する必要がある。

#### 5. 信号処理回路に要求されることは何か？

光信号を電気信号に変え、位相を認識する過程において、幾つかの点をクリアしなければならない。

##### < 1 > 帯域

変位そして光信号は連続であるが、信号処理する際には不連続となる。これは光検出器と電子回路の周

波数特性で制約される。光検出器で有限時間、光を検出する。その時間内の光量の積分値を持って出力する。この積分操作が位相検出する際の誤差を発生する。

ビート信号が、 $\sin \omega t$  で表される場合、光検出器の出力は

$$P(t) \propto \int_t^{t+\tau} \sin \omega t dt = \frac{1}{\omega} (\cos(\omega t) - \cos(\omega(t + \tau)))$$

である。 $\tau$  は光検出器の積分時間である。この値を  $\tau \cdot \sin \omega t$  と近似するのは誤りである。なぜなら検出しようとする位相差が小さいからである。厳密に計算すると、ビート周波数が  $100 \text{ kHz}$  ( $10 \mu\text{s}$  周期) の場合、

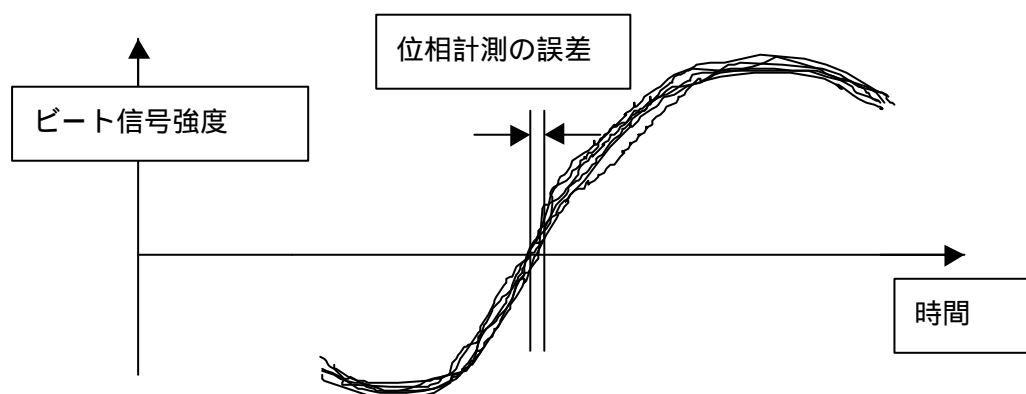
| $\tau$             | 位相のずれ                           |
|--------------------|---------------------------------|
| $0.05 \mu\text{s}$ | $0.05$ 度                        |
| $0.1 \mu\text{s}$  | $0.18$ 度 ( $3.2 \text{ mrad}$ ) |
| $0.2 \mu\text{s}$  | $0.74$ 度                        |

と計算される。一方  $0.1 \text{ nm}$  を  $532 \text{ nm}$  レーザで検出する場合、半波長で  $2\pi$  の位相として  $0.13$  度に相当する。これは積分時間  $0.1 \mu\text{s}$  では不十分であることを示している。光検出器の帯域として  $10 \text{ MHz}$  は最低限と知れる。

ビート周波数を  $25 \text{ kHz}$  とすれば、 $0.4 \mu\text{s}$  程度の積分時間、 $2.5 \text{ MHz}$  程度の帯域で足りる。また、 $0.1 \mu\text{s}$  ごとにデータを求めるわけであるから、ビート周波数の1周期に  $100$  点のデータが得られる。このデータの扱いはデータ処理のアルゴリズムと関わる。

## < 2 > 検出感度

積分時間が短くても十分な  $\text{SN}$  比が得られる検出感度が必要である。つまり、光検出器の暗電流と信号電流の比が位相検出にどの程度の影響を与えるかを検討する。 $\text{SN}$  比の増加は電気信号の線幅を広げ、線幅の中心に比べノイズ分の強度だけ、時間的に前後する。



近似式としてノイズによる位相ずれは

$$\pi / \text{SN比}$$

と見積もれる。これより、 $0.13$  度の位相ずれを抑えるためには、 $\text{SN}$  比として少なくとも  $2800$  程度が必要である。

光検出器として浜松ホトニクス社製の  $\text{S2381}$  の場合、カタログでは

感度  $0.5 \text{ mA/mW}$

暗電流  $1.0 \text{ nA}$

と記されている。これより、光検出器に  $5.6 \mu\text{W}$  入射は最低限として必要となる。固体レーザでは  $10 \text{ mW}$  程度の出力が得られているので、光学系でかなりの損失があっても確保できる光量である。

検出感度の点で市販の A P D で十分である。

### < 3 > 位相差検出のアルゴリズム

様々な方法があると思われるので、現在弊社で使用しているアルゴリズムを含めて、その選択は再検討項目と思われる。( 弊社のアルゴリズムは明確に位相を検出しており、10MHz のビート周波数で 1nm 分解能を算出している )。このアルゴリズムに関わる次の項目は、ここでは示さない。

測定データの扱い

測定データの検出時間間隔

検出の基礎となる時計の精度

平均化操作

## 6. ビーム波面およびビーム径の影響は？

レーザ光もその波面は平面波ではない。この平面波からのずれは位相差のずれに現れる。光検出器では集光光を検出しているので、波面の分布の重みつき積分で影響が現れる。波面を乱す光回路部品はレーザ、AOM、PBS、ミラー、レンズ、光検出器窓材である。波面の乱れる原因は、平面からのずれ、屈折率分布、温度分布、平行度のずれ、誘電体等膜の不均一、レンズ収差があげられる。最も大きな影響を与えると予測されるのは AOM である。超音波を加えるため AOM 媒体は加熱され、また結晶材の純度・異方性、平行度のずれ、もあるため、 $\lambda / 20$  の歪みに抑える程度が限界であろう。

ただし、上記の波面歪の値は光の分布において、最大最小の差を表現している。今回のようにビーム全体で重みつき積分を行う場合は、波面分布 ( 位相で表現 )  $\varphi = r(x, y)$  とビーム強度  $Q(x, y)$  で次のように与えられる ( 位相で表現 )

$$R = \iint dx dy \cdot d(R - r(x, y)) \cdot Q(x, y)$$

レーザ光源からの光は通常ガウシアン分布である。ビーム径を  $d$  として

$$Q(x, y) = Q_0 \cdot \exp(-(x^2 + y^2) / d^2)$$

と表される。波面の乱れがビーム径に対してどの程度であるかが結果を左右することが知れる。計算は別の機会に行う。

この重みつき積分で得られた分布  $R$  の半値半幅を用いて、位相ずれ

$$2\pi / R \text{ の半値半幅}$$

を見積もれる。これより、0.1nm 精度を得るためには、ビーム径内において波面歪は 532nm レーザに対して、 $\lambda / 3000$  程度必要と知れる。ただし、波面歪をこの精度で測る装置はないので、対策を講じる必要がある。

ビーム径の影響も上記議論と同じである。試料面がビーム径範囲で凹凸がある場合、その凹凸とビーム強度分布の重みつき積分で位相の乱れが決まる。試料のガラス面がどの程度の面粗さ・平坦度を有するかでビーム径を考慮しなければならない。( ビーム径無限小が最も好ましく見えるが、次の項目の議論から知れるように、ある有限のビーム径が望まれる。 )

ビーム径の値によりレンズ系の選択も、その収差 ( 特に非点収差 ) ゆえに考慮を要する

## 7. 光学系の構成で精度が確保できるか？

光学回路を検討する視点として

光学部材

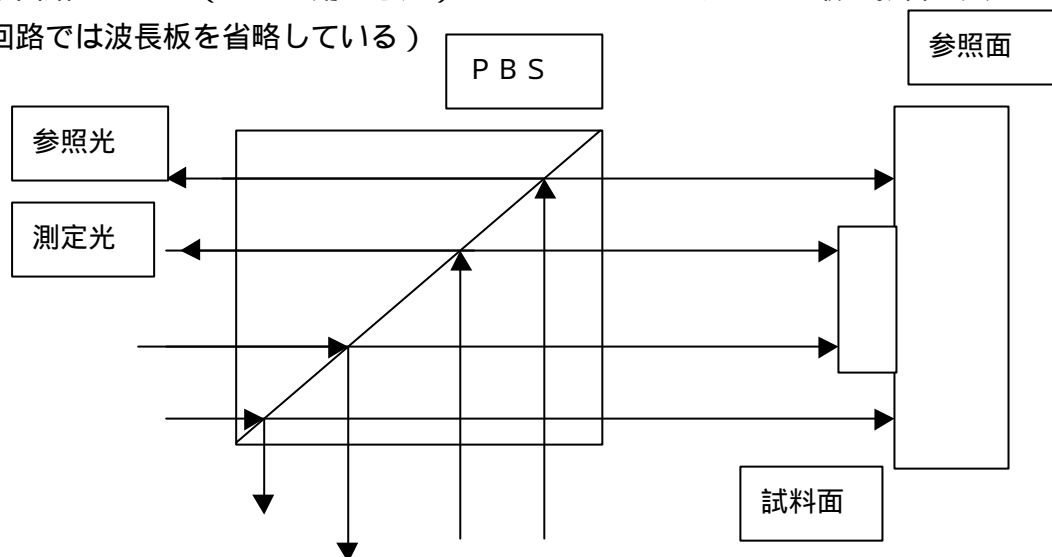
支持方法・支持物・治具物

環境

がある。その一部について検討する。

光学部材の温度依存性，平坦度

光学回路でP B S（4 c m角を想定）とコーナリフレクターが最も影響が大きいであろう。（下図回路では波長板を省略している）



石英ガラスの屈折率の温度依存性は理科年表より

$$n = 1.44585 \quad \Delta = -3 \times 10^{-6}$$

この光回路では光ビームにより透過する距離，回数が異なる。光路長を計算する際、複数回の透過，反射を繰り返す。つまり、P B Sの構造に大きく影響を受けやすい光回路である。したがって、P B Sの平坦度と誘電体膜の均一度、平行度、立方体からのずれが影響を与える要素と考えられる。しかしながら、測定データは試料面と参照面の変化の差であるから、P B Sの温度分布の時間変化がある場合にのみ計測値に影響を与える。これ以外の要因はキャンセルされる。

温度分布はあっても時間変化がなければ，キャンセルされる。

分布がないが温度の時間変化がある場合、構造の影響を受ける。試料面の光路長と参照面の光路長の差を $\Delta L$ とすると、時間変化により温度が $\Delta T$ だけ変化した場合、

$$\Delta L \times \Delta T \times n \times \Delta$$

の長さだけ，計測データに誤差を与える。この値が0.1 nmであり、 $\Delta T = 3$ 度の場合， $\Delta L = 7.6 \mu m$ である。この値は通常の光部品の平坦度では発生しない値である。また、誘電体膜の不均一度でも起こり得ないであろう。ただ、立方体からのずれ、平行度は必ずしも満足しているとは限らない。この点が条件となる。

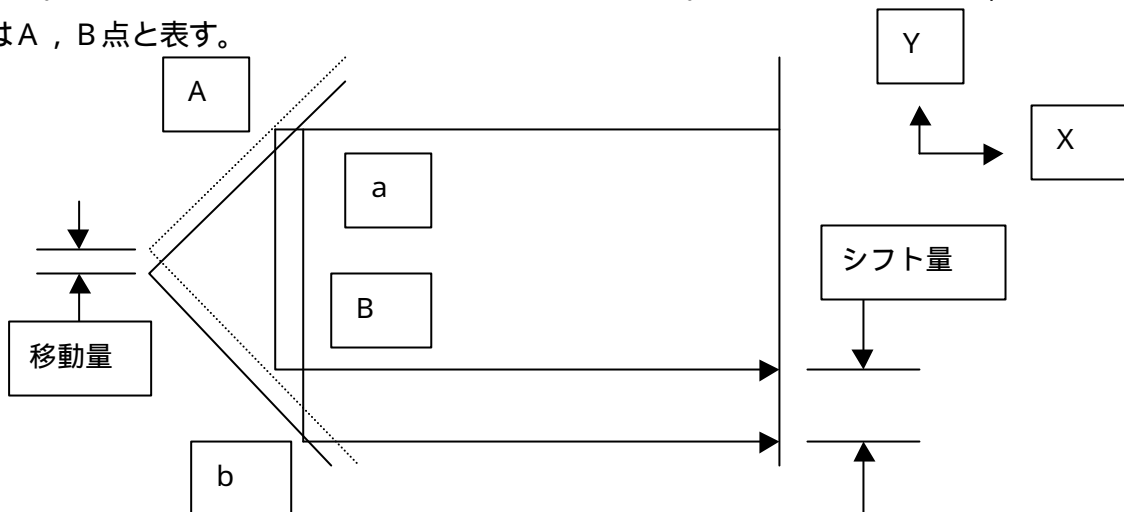
コーナリフレクターの平坦度等に関してもP B Sと同様な議論となるので省く。

コーナリフレクターの支持

コーナリフレクター上の反射点は試料への入射光と参照面への入射光では異なる。この異なることが、支持の影響により精度に影響を与える。簡単に，コーナリフレクターがX軸、Y軸方向に

異常な動きを起こした場合につき検討する。( X軸をビーム方向、 Y軸をその垂直方向とする )

X軸方向への平行移動は参照光，測定光いずれも同位相分変化するのみなのでキャンセルされ，影響はない。 Y軸方向移動はビーム径との兼ね合いで決まる。移動前の反射点を a ， b 点と表し，移動後は A ， B 点と表す。



移動量の関数として試料面でシフトを起こす。このシフト量とビーム径と面粗さの周期の比較により測定値への影響が異なる

#### < 1 > ビーム径 < シフト量

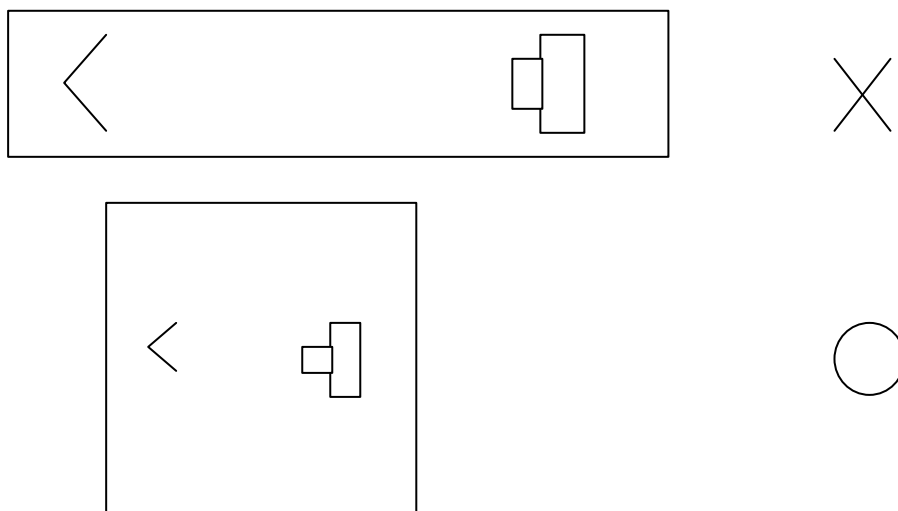
試料の粗さがそのまま位相差として検出される。0 . 1 nm精度は、( シフト範囲だけでも良いのだが )  $\lambda / 5000$  の面精度を要求する。

#### < 2 > ビーム径 > シフト量

重みつき積分を行うため、正確な計算を行っていないが、キャンセルされると思われる。

しかしながら、Y軸方向への移動は、面精度等，他の部品に厳しい要求をつきつけるので、移動を抑える構造・部材が必要となる。

この移動量がどのような光学系の構成で生じるかが問題となる。試料面とコーナリフレクターが同時に移動すれば問題はないので、たとえば、X軸方向に長く伸びたベースの上に設置するのではなく、Y軸方向に幅のあるベースの上に設置することも策であろう。



### 3 . ま と め

以上検討した範囲でまとめると次のように条件を列挙できる。

光学系を対称性高く構成すること

光源の周波数安定度を高くすること。532nmの固体レーザが第1候補

ビート周波数の安定度を高くすること。周波数シフトを開発する。

試料面近傍では温度制御を行うこと。恒温槽を利用。

試料面上での予想される温度分布より測定点を制御すること。

測定環境を真空に近い状態にする

光検出器は最低10MHzの帯域とすること

検出感度よりAPDを用いること

光ビームの波面乱れを抑えること

レンズ系の選択に注意すること

光回路部品のPBSの平行度を抑えること

コーナリフレクターのY軸移動を抑えること

まだ検討が足りない事項もあるが、光ヘテロダイン方式により、0.1nmは検出可能と判断できる。

光回路構成は別図（ASETより提示された産総研で確認された回路）を前提とした。

装置・部品の選別は以上の検討によりある程度のガイドラインを示した。

信号処理回路に関しては、弊社の電子回路・アルゴリズムを基本にして検討した。

以上