

HV400による音叉振動測定(その4)

株式会社フォトンプローブ

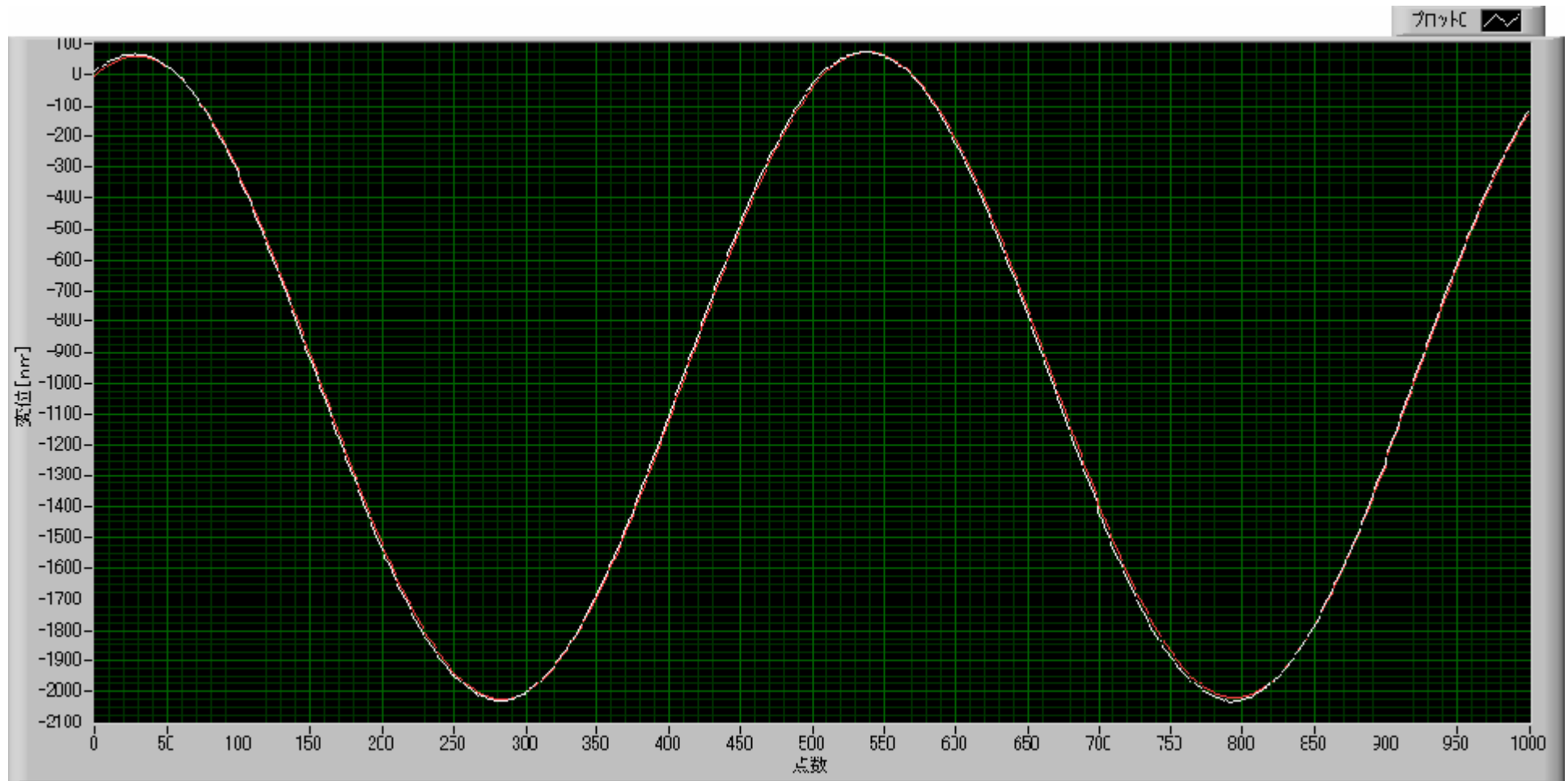
序

(その1)の結果を詳細に検討する。

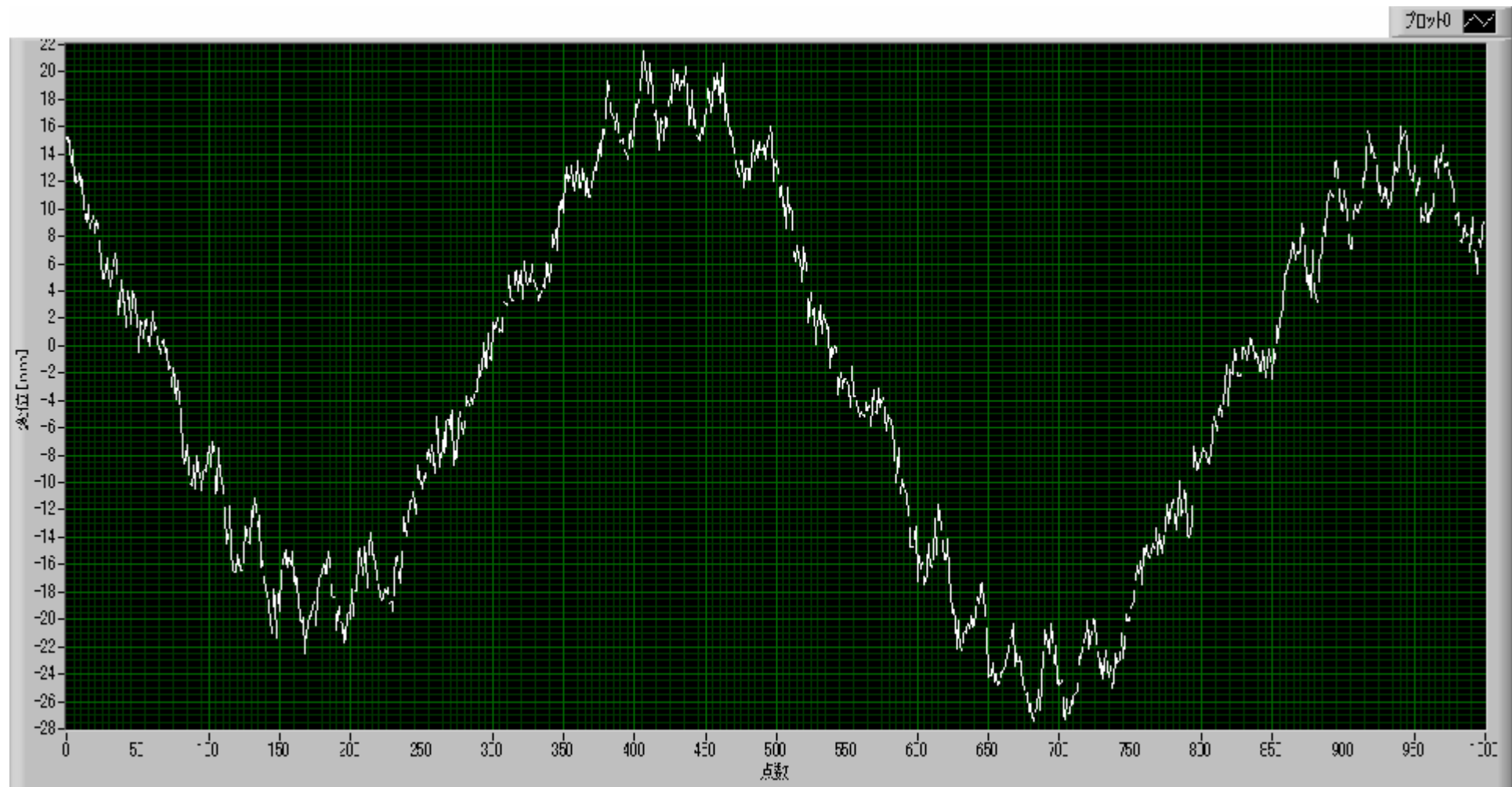
信号グラフに関して、白色線がデータ曲線、赤色線がフィッティング曲線である。拡大しないと両者の差ははっきりしないので拡大する。
第2振動は除去されていない。

測定結果の解析対象グラフ

その1 0点から1000点まで(0.0sから4ms間)



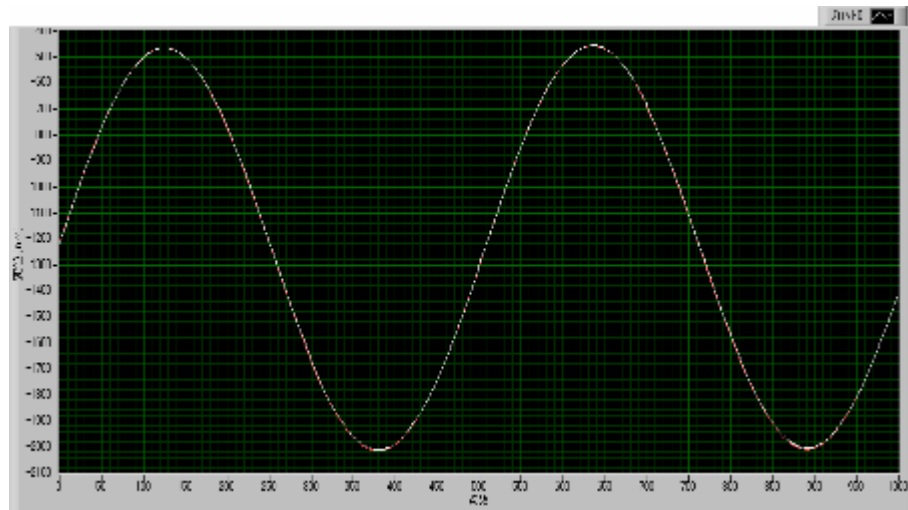
両者の差は以下のグラフである。



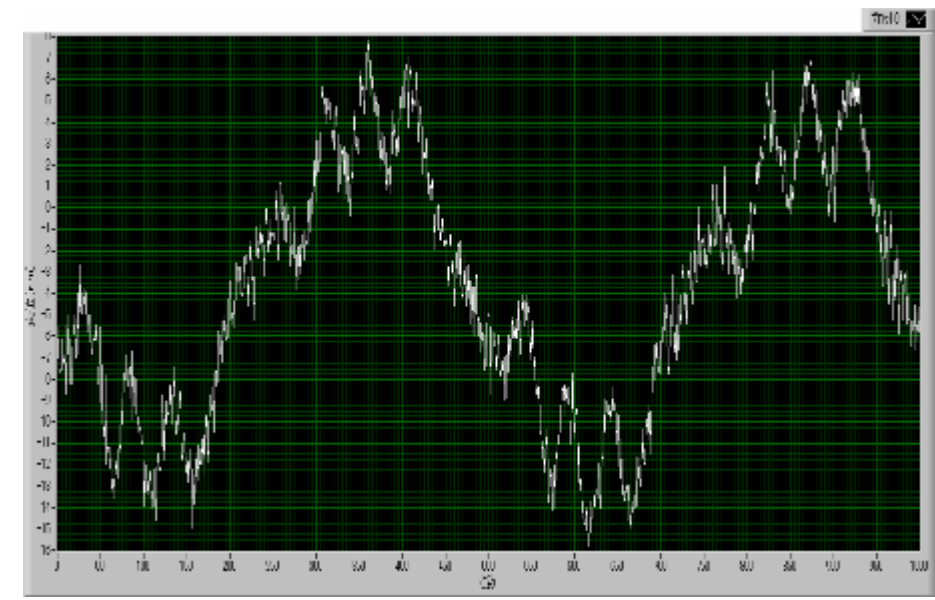
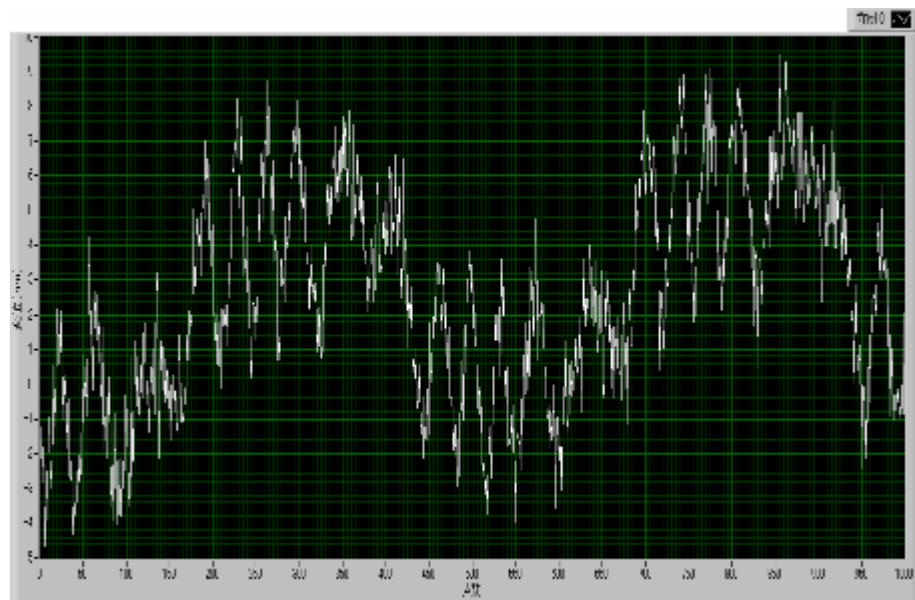
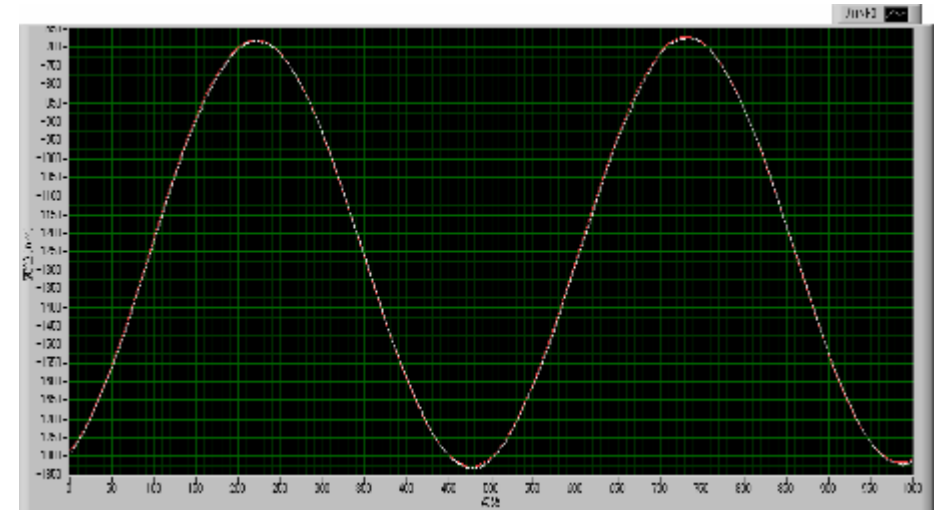
以下同様に1000点(4ms)の範囲内で、全体1000k点の数箇所につきグラフを表示する。紙面の都合上、上記のサイズではなく、縮小版で示す。
 スタート時刻として、上記0k点(0s)の他、125k点(0.5s)、250k点(1s)、375k点(1.5s)、500k点(2s)、625k点(2.5s)、750k点(3s)、
 875k点(3.5s)、の各点とする。1000k点付近は(その1)の結果でも、残差が荒れているので省く。

その2

125000点から126000点まで(0.5sから4ms間)

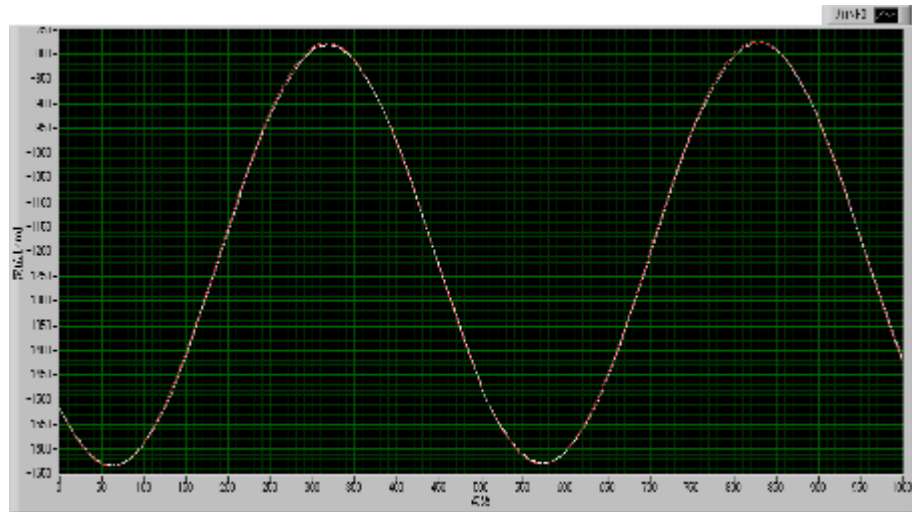


250000点から251000点まで(1.0sから4ms間)

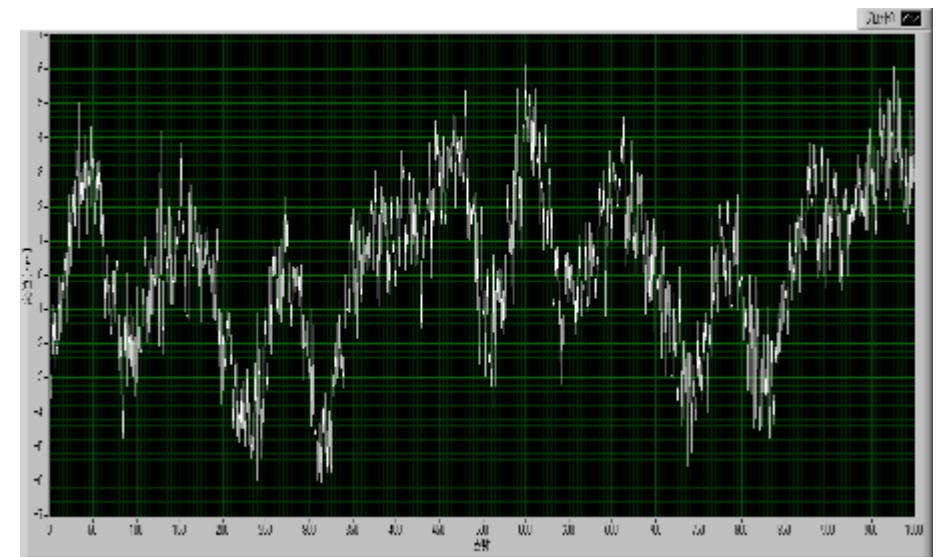
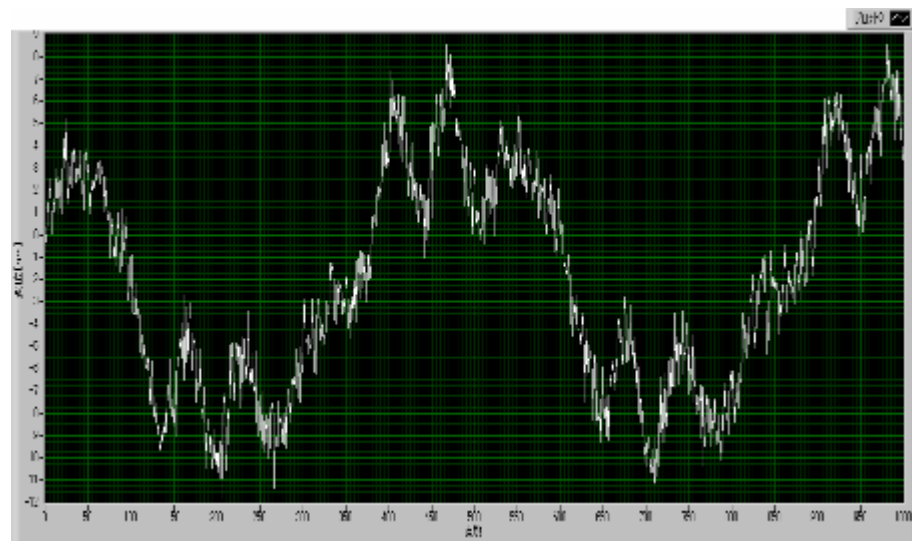
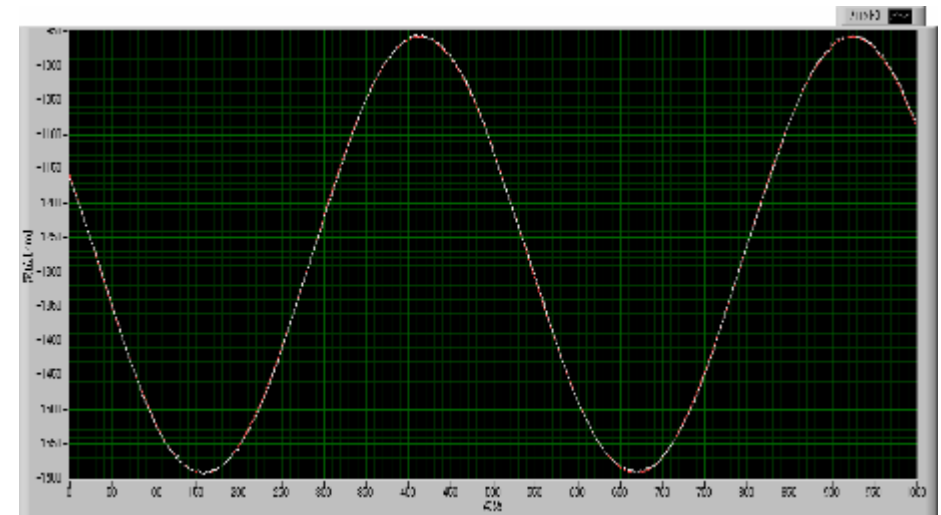


Optical Measuring Instruments and Parts

375000点から376000点まで(1.5sから4ms間)

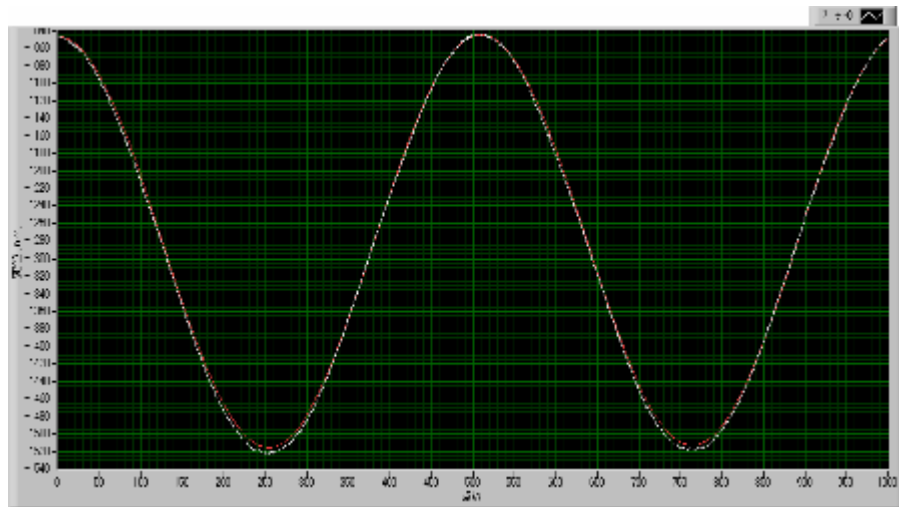


500000点から501000点まで(2.0sから4ms間)

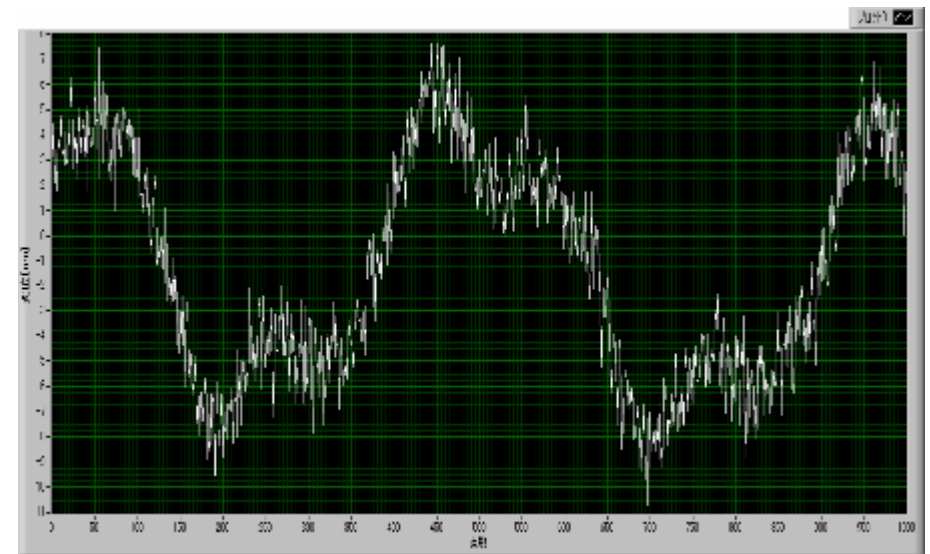
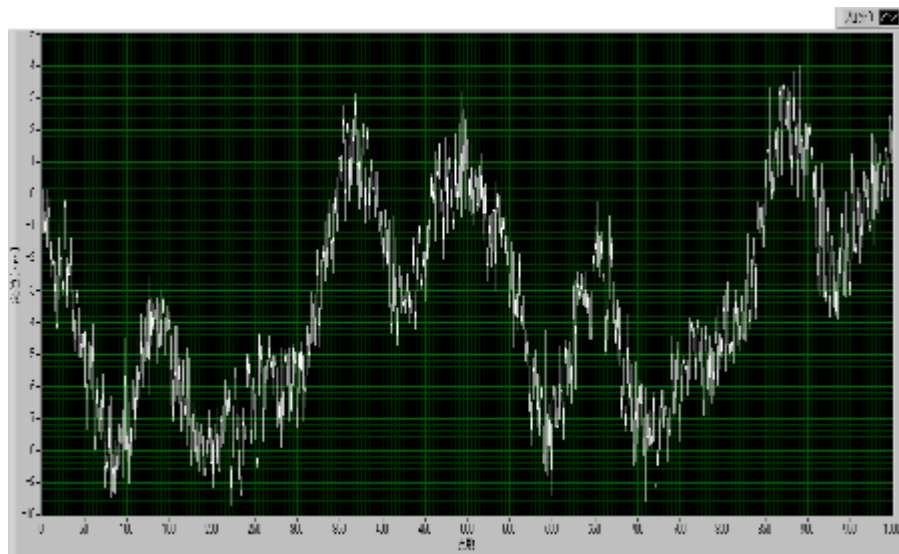
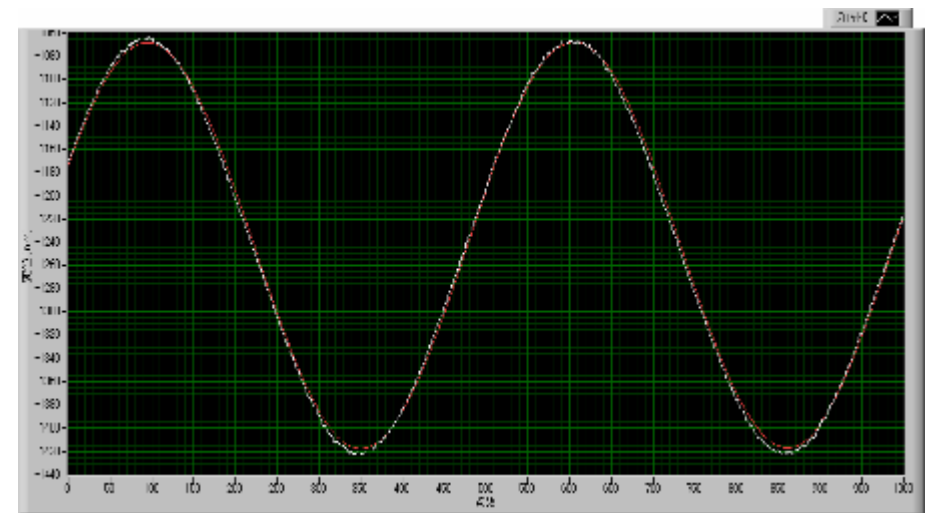


Optical Measuring Instruments and Parts

625000点から626000点まで(2.5sから4ms間)

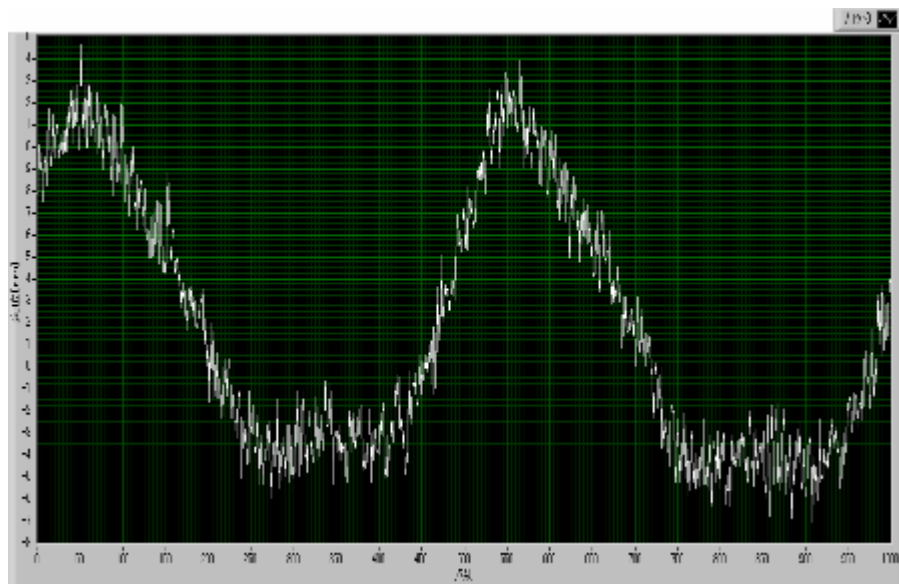
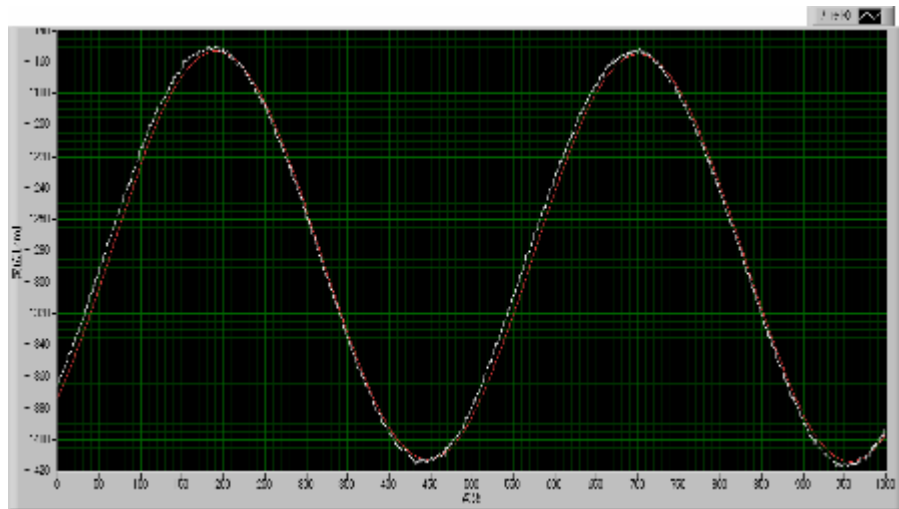


750000点から751000点まで(3.0sから4ms間)



Optical Measuring Instruments and Parts

875000点から876000点まで(3.5sから4ms間)



解析

データ全点に対して、データ曲線とフィッティング曲線はよく一致していることが知れる。

データ曲線の振幅に比し、残差は最大でも1%程度(とはいえ、20nm程度)である。

このよく一致した、曲線の当てはめは、(その1)で示したように、複数の振動の存在を明確にしている。

(その1)の再確認

ここでは、測定時刻により、残差の変動が異なることに注目したい。そして、データ曲線の微分量と残差が関連していることが見て取れる。

そこで、データ曲線、 $Y(t)$ 、の微分量に対して、荒い近似で誤差があるものの、

$Y(t)$ 曲線のクロスポイントで値を得ると

$$\text{残差量}(t) = \eta(t) * dY(t) / dt$$

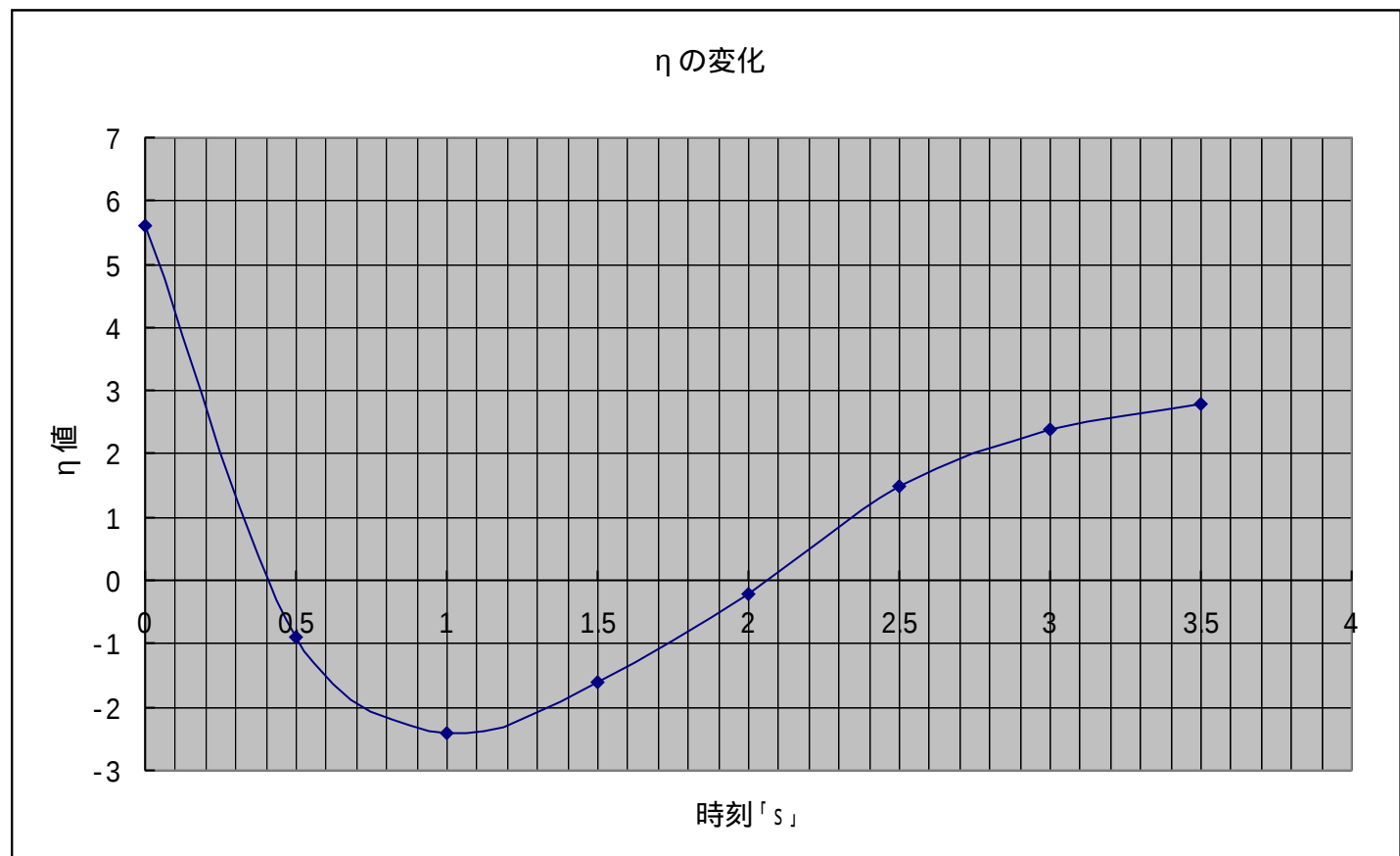
t : 時間

と表すことができる。(微分値 dY / dt が最大を示す点)

$\eta(t)$ の大きさを示すと次のようになる。ここで、 $dY(t) / dt$ の単位を $[nm / \mu s] = 10^{-3} [m / s]$ とする。そして $\eta(t)$ の単位を $[\mu s]$ とする。

スタート時刻	$\eta(t)$
0	5.6
0.5	-0.9
1	-2.4
1.5	-1.6
2	-0.2
2.5	1.5
3	2.4
3.5	2.8

グラフ化すると右図のようになる



A

なぜ、この変化が発生するのだろうか。それを調べる。
 まず、原因がフィッティング処理によるか否かを検討する
 データ曲線は4つの振動の和だから、関係式は

$$Z(t) = A_0 \exp(-\gamma_0 t) \sin(\omega_0 t + \phi_0) + \\ A_1 \exp(-\gamma_1 t) \sin(\omega_1 t + \phi_1) + \\ A_2 \exp(-\gamma_2 t) \sin(\omega_2 t + \phi_2) + \\ A_3 \exp(-\gamma_3 t) \sin(\omega_3 t + \phi_3)$$

と書かれる。フィッティング処理に誤りがあれば、 $A_0, \gamma_0, \dots, \phi_3$ の、係数16個の幾つかの係数が正しい値から、ずれていることになる。
 正しくフィッティングされているときの係数に q をつけ、 $Z(t)$ を $Z_q(t)$ と書く。

1 ひとつの係数がずれている場合 多項式なので、添え字を0から3に変えても同じ効果である。そこで、添え字を省略する。

< A の場合 >

$$Z(t) - Z_q(t) = (A - A_q) \exp(-\gamma_q t) \sin(\omega_q t + \phi_q)$$

となる。時間と共に大きく変動させる要因は、 $\sin$ 関数なので、明らかに結果を説明できない。

< γ の場合 >

$$Z(t) - Z_q(t) = A_q (\exp(-\gamma t) - \exp(-\gamma_q t)) \sin(\omega_q t + \phi_q)$$

A と同じく結果を説明できない。

< ω の場合 >

$$Z(t) - Z_q(t) = A_q \exp(-\gamma_q t) (\sin(\omega t + \phi_q) - \sin(\omega_q t + \phi_q)) \\ A_q \exp(-\gamma_q t) (\sin((\Delta\omega + \omega_q)t + \phi_q) - \sin(\omega_q t + \phi_q)) \\ A_q \exp(-\gamma_q t) (\sin(\Delta\omega t) \cos(\omega_q t + \phi_q) + (\cos(\Delta\omega t) - 1) \sin(\omega_q t + \phi_q))$$

第1項も第2項も周期は ω_q が基本の正弦波である。結果を説明するためには、0.25 Hz程度が要求される。
 $\Delta\omega_q$ の項は振幅を変動させるのみであるから、基本的変動の主要因ではない。従って、結果を説明できない。

< ϕ の場合 >

シフトするのみであり、0.25 Hz程度の基本的周波数を作り出しえない。
 したがって、係数ひとつのずれでは、説明できない。

2 複数の係数がずれている場合

組み合わせは、数多くあるが、(上記で説明したように、)同種の係数が複数ずれていても上記と同じ理由で、結果を説明できない。

ω_0, ω_1 が共にずれている場合

ビート周波数の信号が発生する。明らかに、差周波数は大きく結果を説明できない。

他の組み合わせにおいても、同様にビート周波数の強度、位相を変更するだけであり、結果を説明できない。

3 これより、原因はフィッティング処理にないことが知れる。

B

1 係数が時間と共に変化していることが原因か否かを検討する。

まず、信号のクロスポイント(信号が0点を切る時刻)での動きを検討する。サイン関数で表せば、位相が、 2π の整数倍の位置である。

第1振動のみを明確に示すと

$$(dZ(t)/dt) \text{クロスポイント位置} = dA/dt \cdot \exp(-\gamma t) \cdot \sin(\omega t + \Phi) + (d\gamma/dt - \gamma) \cdot A \cdot \exp(-\gamma t) \cdot \sin(\omega t + \Phi) + (d\omega/dt \cdot t + \omega + d\Phi/dt) \cdot A \cdot \exp(-\gamma t) \cdot \cos(\omega t + \Phi)$$

となる。条件より、第1, 2項はゼロである。第3項のコサイン関数は1となるので、

$$(dZ(t)/dt) \text{クロスポイント位置} = (d\omega/dt \cdot t + \omega + d\Phi/dt) \cdot A \cdot \exp(-\gamma t)$$

第2項は単純な減衰関数なので、結果を説明できない。第3項は初期位相の変化なので、単純な減衰関数となる。これも説明できない。

第1項の動きを更に解析する。

周波数が単調な増加(または減少)関数ならば、 dZ/dt は必ず正(または負)であり、負(または正)数を説明できない。

単調でなく、 $d\omega/dt$ が振動する場合、結果が説明できる。

2 $Z(t) - Z_q(t)$ は次の形となる。

$$(dZ(t)/dt - dZ_q/dt) \text{クロスポイント位置} = (d\omega/dt \cdot t + \omega + d\Phi/dt) \cdot A \cdot \exp(-\gamma t) - (d\omega_q/dt \cdot t + \omega_q + d\Phi_q/dt) \cdot A_q \cdot \exp(-\gamma_q t)$$

上記の説明のように、各々第1項のみを取り上げる。 $A = A_q$ 、 $\gamma = \gamma_q$ として近似する。

$$(dZ(t)/dt - dZ_q/dt) \text{クロスポイント位置} = (d\omega/dt - d\omega_q/dt) \cdot A_q \cdot \exp(-\gamma_q t)$$

左辺は残差量(t)と表される。 ω と ω_q の差は小さいとして、 $\omega - \omega_q = \Delta\omega$ 、と表すならば

$$d\Delta\omega/dt \cdot A_q \cdot \exp(-\gamma_q t) = \eta(t) \cdot dY(t)/dt$$

従って

$$d\Delta\omega/dt = \eta(t) \cdot \omega$$

この式は、 $\Delta\omega$ がサイン関数で表され、クロスポイントの値であることを考慮すると、

$$\Delta\omega(t) = \xi(t) \cdot \sin(\delta t + \Phi)$$

で表されう。ここで、 $\eta(t) \cdot \omega = \xi(t) \cdot \delta$ 、の関係式を満足するが、 $\xi(t)$ 、 δ の値は一意に求め得ない。

この不確定性はあるが、

$$\omega = \omega_q + \Delta\omega(t)$$

であることより、周波数が時間と共に変動していることを示す。逆に周波数が時間と共に変動するならば、 $\eta(t)$ の発生は説明できる。

δ の値を推測すると、0.25Hz程度の値ならば、 $\eta(t)$ の変動が得られる。

結論と今後の対応

測定データの解析により、ある周波数が(あるいは複数の周波数が)、時間と共に変動する(恐らく0.25Hz程度)ことが認識できる。

今後はこの変動がどの周波数で(基本振動なのか、第2、第3・・・なのか)を検討すると共に、その変動周波数を求めてゆく予定である。

ご意見は下記までお願いします

株式会社フォトンプローブ

東京都日野市東平山1-6-2

代表取締役 理博 平野雅夫