

[1] ベクトル A, B が、座標成分で、

$$A = (A_x, A_y, A_z)$$

$$B = (B_x, B_y, B_z)$$

とあらわされたとする。

- (1) ベクトル A, B を直交単位ベクトル e_x, e_y, e_z を用いて書き表せ。
- (2) (1) と、直交単位ベクトルのスカラー積 (内積) に関する性質を用いることにより、スカラー積 $A \cdot B$ を成分で書き表せ。
- (3) A, B が t の関数であるとき、(2) の結果を用いて次の公式を示せ。

$$\frac{d}{dt}(A \cdot B) = A \cdot \frac{dB}{dt} + \frac{dA}{dt} \cdot B$$

[2] 半径 0.4m の円周上を等速円運動している質点が 1 秒間の間に 5 回転する。次の諸量を求めよ。

- (1) 円運動の周期 (2) 角速度 (3) 質点の速さ (4) 質点の加速度の大きさ

[3]

- (1) ベクトル r の長さが時間によって不変なとき、 r とその速度ベクトル v が直交することを示せ。
- (2) 位置ベクトル r が、成分で、 $r = (r \cos \omega t, r \sin \omega t)$ と表されているとき、速度ベクトル v と加速度ベクトル a を計算せよ。また、加速度ベクトル a を位置ベクトル r を用いて表せ。この位置ベクトル r は、 $X-Y$ 平面上で、どのような運動をあらわしているか?
- (3) (2) のような運動の場合、速度ベクトル v と加速度ベクトル a が直交することを示せ。また、これら 2 つのベクトル及び位置ベクトル r がどのような関係にあるか図示せよ。

[4]

- (1) 速度が一定 ($= v_c$) の運動を等速直線運動という。このとき時刻 t における物体の位置を求めよ。ただし、 $x(t=0) \equiv x_0$ とせよ。
- (2) 加速度が一定 ($= a$) の運動を等加速度運動という。このとき時刻 t における物体の速度と、位置を求めよ。ただし、 $x(t=0) \equiv x_0, v(t=0) \equiv v_0$ とせよ。

[5]

- (1) 時刻 t における質点の位置 $x(t)$ が

$$x(t) = (A \cos(\omega t + \delta), A \sin(\omega t + \delta), v_0 t + z_0)$$

と表せる運動について速度および加速度を求めよ。またこの質点はどんな運動をするか?

- (2) 時刻 t における速度 $v(t)$ が

$$v(t) = (v_x^0 e^{-\gamma t}, v_y^0 e^{-\gamma t}, -u + (u + v_z^0) e^{-\gamma t})$$

かつ

$$x(0) = (0, 0, h)$$

と表せる運動について位置および加速度を求めよ。さらに $t \rightarrow \infty$ での速度を求めよ。ただし、 γ および、 u は正の定数とする。