物理演習問題（１５） １９９９年１０月２５日

**[1]** 線積分

$$\int_c [x\ dx\ \ + x\ dy]$$

を以下の３つの経路について計算せよ。

(1) $(0,0) \to (1,0) \to (1,1)$

(2) $(0,0) \to (0,1) \to (1,1)$

(3) $y = x$ のにそって、$(0,0) \to (1,1)$

**[2]** 線積分

$$\int_c [2(x^2 - y)\ dx\ \ + (y^2 + x)\ dy]$$

を曲線 $C:\ \boldsymbol{r}(t) = t\boldsymbol{e}_x + (t^2+1)\boldsymbol{e}_y,\ (0 \le t \le 1)$ にそって実行せよ。

**[3]** 曲線 $C:\ y = \sqrt{x},\ (0 \le x \le 3)$ に沿って積分

$$\int_c y ds$$

を実行せよ。

**[4]** ベクトル場 $\boldsymbol{A}(x,y) = xy\boldsymbol{e}_x - x^2\boldsymbol{e}_y$ を考える。原点 $(0,0)$ から点 P $(1,1)$ までの線積分 $\int_c \boldsymbol{A} \cdot d\boldsymbol{r}$ を次の２つの経路に対して計算せよ。

(1) 原点から点Pに至る放物線 $y = x^2$。

(2) 原点から $x$ 軸に沿って点Q (1,0) に行き、次に $y$ 軸に平行に点Pに至る。

**[5]** (1) 次の関数を変数 $x$ および $y$ について偏微分せよ。

(a) $f(x,y) = x^3 + y^3 - 3axy$, (b) $f(x,y) = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}$

(2) 関数 $f(x,y,z) = (x^2+y^2+z^2)^{-1/2}$（原点を除く）に関して $f_{xx} + f_{yy} + f_{zz} = 0$ を示せ。