

[1] 以下の2次元平面上での力が、保存力であるか判定し、保存力である場合はポテンシャルエネルギーを求めよ。

(1) $F_x = ky, F_y = 2kx$

(2) $F_x = -kx, F_y = -ky$

[2] 力 $\mathbf{F}$ が保存力であるとき、 $\text{rot} \mathbf{F} = 0$ であることを示せ。

[3] 単振動における力学的エネルギー保存則

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = E \quad E = \text{const.}$$

を利用し、時刻 t での変位 $x(t)$ を求めよ。(ヒント： $v = \dot{x}$ であるから上の式はまた微分方程式とみなせる。)

[4] 調和振動子の1周期にわたる運動エネルギーの平均値と位置エネルギーの平均値は等しく、それらの値は、振動子の全エネルギーの半分に等しいことを示せ。

[5] $U(r) = Ae^{-\kappa r}/r$ 、($\kappa > 0$) という形のポテンシャルは Yukawa ポテンシャルと呼ばれ、 r の大きなところでその作用がクーロン力や万有引力に比べてより急速に弱まるような力の場合を記述する。このポテンシャルの与える力 $\mathbf{F}$ を求めよ。次に、逆に力の表式から、積分 $-\int_{\infty}^r F_r dr$ を実行することによりポテンシャルを求めよ。

ヒント：

[2] 力が保存力であるとき、スカラーポテンシャルが定義できる。

[3] 調和振動子の運動方程式の解 $x(t) = A \sin(\omega t + \alpha)$ を使う。

[4] $r = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$ である。