

物理演習問題 (1 2) 9月28日

[1] 次の場合、質量 m [kg] の荷物を運ぶ人の仕事を計算せよ。

- (1) 鉛直上方に 1 [m] だけ荷物を持ち上げる。
- (2) 水平に 1 [m] だけ荷物を運ぶ。
- (3) 水平に 1 [m] 運んだあと、1 [m] だけ持ち上げる。

[2]

(1) 次の関数を変数 x および y について偏微分せよ。

(a) $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3axy$, (b) $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}$

(2) 関数 $f(x, y, z) = (x^2 + y^2 + z^2)^{-1/2}$ に関して $f_{xx} + f_{yy} + f_{zz} = 0$ を示せ。

[3] ベクトル場 $\mathbf{A}(x, y) = xy\mathbf{i} - x^2\mathbf{j}$ を考える。原点 $(0, 0)$ から点 P $(1, 1)$ までの線積分 $\int_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$ を次の 2 つの経路に対して計算せよ。

- (1) 原点から点 P に至る放物線 $y = x^2$ 。
- (2) 原点から x 軸に沿って点 Q $(1, 0)$ に行き、次に y 軸に平行に点 P に至る。

[4] 物体に力 $\mathbf{F} = (x^2 + yz, y^2 + xz, z^2 + xy)$ をかけ原点 $(0, 0, 0)$ から点 D $(1, 1, 1)$ まで動かすときこの力のする仕事を以下の 2 つの経路について計算せよ。

- (1) 直線 OD に沿う経路、
- (2) まず原点から、点 A $(1, 0, 0)$ へ進み、次に点 A から点 B $(1, 1, 0)$ へ、最後に点 B から点 D へ達する経路。

[5] $\mathbf{r}(t) = \cos t\mathbf{i} + \sin t\mathbf{j}$, $(0 \leq t \leq \pi/2)$ で表される円弧に沿って線積分

$$\int_C xy^3 ds$$

を計算せよ。