

[1] ２つのベクトル $\mathbf{A} = (3, 2, 1)$ と、 $\mathbf{B} = (1, 0, -3)$ を直交単位ベクトル $\mathbf{e}_x$ 、 $\mathbf{e}_y$ 、 $\mathbf{e}_z$ を用いて書き表し、両者が直交することを示せ。

[2]

(1) 原点を頂点とし、Y軸を軸とする任意の放物線を考える。この曲線上の点 (x, y) について、 y を x の関数とみたとき y はどのような微分方程式を満足するか？

(2) 任意定数 C または A 、 B が変わると、次の方程式はそれぞれある曲線群を表す。その満足する微分方程式を求めよ。

(a) $y = Cx$ (b) $xy = C$ (c) $y = A \sin(\omega x + B)$

(3) 次の微分方程式を与えられた初期条件のもとで解け

(a) $\frac{dy}{dx} = 1$ ($x = 0$ のとき、 $y(0) = -1$), (b) $\frac{dy}{dx} = x$ ($x = 0$ のとき、 $y(0) = 0$),

(c) $\frac{dx}{dt} = \exp(\lambda t)$ ($t = 0$ のとき、 $x(0) = 0$), (d) $\frac{dx}{dt} = -\sin \omega t$ ($t = 0$ のとき、 $x(0) = 0$),

(e) $\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$ ($x = 1$ のとき、 $y(1) = 2$), (f) $\frac{dy}{dx} = xy$ ($x = 0$ のとき、 $y(0) = -1$),

(g) $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$ ($x = 1$ のとき、 $y(1) = 1$), (h) $\frac{dy}{dx} = -\frac{y}{x}$ ($x = 1$ のとき、 $y(1) = 2$),

(i) $\frac{dy}{dx} = 2\frac{y}{x}$ ($x = 2$ のとき、 $y(2) = 4$), (j) $\frac{dv}{dt} = -\gamma v$ ($t = 0$ のとき、 $v(0) = v_0$),

(k) $\frac{dx}{dt} = v_0$ ($t = t_0$ のとき、 $x(t_0) = x_0$),

(l) $\frac{d^2x}{dt^2} = a_0$ ($t = 0$ のとき、 $x(0) = x_0$ であり、かつ、 $\frac{dx}{dt}(0) = v_0$),

(m) $x \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{dy}{dx}$ ($x = 1$ のとき、 $\frac{dy}{dx}(1) = 1$ であり、 $x = 0$ のとき、 $y(0) = 1$)

[3]

(1) 60[kg] の人のかかえるのに必要な力は何 [N] か？（重力加速度 $g = 9.8[\text{m/s}^2]$ とする。）

(2) 60 [kg] の人を滑らかなスケートリンクの上で、 $2g$ の加速度で滑らせるために必要な力は何 [N] か？

(3) 60[kg] の人を地表から上向きに $2g$ の加速度で持ち上げるために必要な力は何 [N] か？

(4) 60[kg] の人が体重計を持って月に旅をした。月で体重計に乗ったら、体重計は何 kg をさすか？また、このとき月に引かれる力は何 [N] か？なお月の表面の重力は地球の 6 分の 1 である。

(5) 60[kg] の人が、月にドームつきのスケートリンクを作って、その上を $2g$ の加速度で滑りたいと言った。何 [N] の力で引っ張ればよいか？

(6) こんどはこの人を、互いに 60° の角度をなす 3 [N] と 2 [N] の 2 つの力で引っ張った。その合力の大きさと、この人が運動する加速度を求めよ。