[1] 長さL、断面積Sの金属片がある。初め電子は金属の中で勝手に熱運動しているが、この金属片のX軸方向（長さLにそった方向）の両端に電位差Vを与えたとき、金属内には、 $\boldsymbol{E} = (V/L)\boldsymbol{e}_x$と表される電場ベクトル$\boldsymbol{E}$が生じ、この電場ベクトルにより電子は$-e\boldsymbol{E}$の力を受ける。ここで、$\boldsymbol{e}_x$は$X$軸方向の単位ベクトルであり、$-e(<0)$は電子の電荷である。一方、金属中で電子が運動する場合、電子は原子の熱振動による抵抗力を受ける。ここではその力を、電子の速さに比例する強さをもち、速度の向きと反対に働くものと仮定しよう。すなわち$-(m/\tau)\boldsymbol{v}$と表すことができるものとする。このときτは緩和時間と呼ばれ、電子がある原子から運動をさまたげられたのち、次に他の原子に運動をさまたげられるまでの時間間隔の目安となるものである。

(1) 電子の質量をmとして、電子の従う運動方程式をベクトル形式で書け。

(2) 電子の初めの位置を、$\boldsymbol{r}(0) = (x_0, y_0, z_0)$ 、速度を$\boldsymbol{v}(0) = (v_{0x}, v_{0y}, v_{0z})$ として、電圧をかけてから、時刻tだけたったときの電子の速度ベクトルを電場ベクトル$\boldsymbol{E}$を用いて表せ。

(3) $t \to \infty$の極限での電子の速度ベクトルを求めよ。この結果はなにを意味するか？

(4) 電場をかけて十分時間がたったときを考える。単位体積中に電子がN個あったとき金属片を単位時間に通過する電子の数を求めよ。ただし、電子の間に働く力は無視する。

(5) 電流ベクトル$\boldsymbol{I}$は単位時間に断面を通過した電子の総電荷量として定義される。このとき電流ベクトルが電場ベクトルと同じ向きを向くことを示せ。また電流の大きさをIとすれば、$V = IR$（オームの法則）と書けることを示せ。

[2] 図のように、質量mの物体が原点Oから長さlの糸で吊るされた単振り子を考える。このとき、おもりには速度に比例し反対向きの空気抵抗力$-\gamma\boldsymbol{v}$が働くことも考慮し、おもりの運動を考察する。ただし、γは正の定数である。

　簡単のため、運動は２次元平面上でおきると仮定し、また、ある時刻tでの鉛直下方と糸のなす角度を$\theta(t)$ととり、以下の問いに答えよ。

(1) 解答用紙に図を書き、<u>物体に働く力</u>をすべて書き入れよ。重力加速度ベクトルを$\boldsymbol{g}$とし、その他必要な文字は定義して使うこと。

(2) 運動方程式をベクトル形式で立てよ。（物体の位置ベクトルを $\boldsymbol{r}$ とせよ。）

(3) 物体の位置ベクトルを極座標で書け。なお極座標系での単位ベクトル$\boldsymbol{e}_r$、$\boldsymbol{e}_\theta$を用いよ。

(4) 関係式 $\boldsymbol{e}_r = \cos\theta\ \boldsymbol{e}_x + \sin\theta\ \boldsymbol{e}_y, \qquad \boldsymbol{e}_\theta = -\sin\theta\ \boldsymbol{e}_x + \cos\theta\ \boldsymbol{e}_y$ を用いて、

$$\dot{\boldsymbol{e}}_r = \dot{\theta}\boldsymbol{e}_\theta, \qquad \dot{\boldsymbol{e}}_\theta = -\dot{\theta}\boldsymbol{e}_r$$

を示せ。ここで、$\boldsymbol{e}_x$、$\boldsymbol{e}_y$はデカルト座標系におけるX軸方向、Y軸方向の直交単位ベクトルである。

(5) (3)と(4)の結果から、物体の速度ベクトルおよび加速度ベクトルを導け。極座標の変数及び、極座標の単位ベクトルで書き表すこと。

(6) (5)までを利用し、r成分および θ成分の運動方程式を導け。

(7) 振動が微小であるときには、θ成分の運動方程式を

$$\ddot{\theta} + \frac{\gamma}{m}\dot{\theta} + \frac{g}{l}\theta = 0$$

と書き換えることができることを示せ。

(8) (6)の微分方程式を$\theta = A\mathrm{e}^{\lambda t}$とおくことにより解き、一般解を求めよ。

(9) 運動を観察すると、おもりは振動しながらその振れ幅を減衰させていた。このとき、定数γが満たすべき条件を述べよ。

(10) 振動の周期Tを求めよ。