[1] 物理演習（11）の[2]番の問題の状況に加え、さらに、おもりと反対側のばねの先端部を強制的に $A(t) = A \cos(\omega_0 t)$ で振動させた。ばねの自然長を l とし、ばねの先端の変化の中心を原点ととれば、おもりの運動方程式は

$$m\ddot{x} = -2m\gamma\dot{x} - k[x - l - A \cos(\omega_0 t)]$$

で表される。

(1) 上記運動方程式について説明せよ。（右辺第1項、第2項はそれぞれなにを意味しているか？符号まで含めて説明せよ。）

(2) 適当な変数変換 $x \rightarrow x'$ により、運動方程式を

$$m\ddot{x}' = -kx' - 2m\gamma\dot{x}' + kA \cos(\omega_0 t)$$

のように、簡単化できる。どのような変換か？

(3) 以下では、(2)を利用し、まず x' の解を求めることにより x の解を求めよう。ここでは以下のステップにより解を求めよ。

(i) (2)の方程式を複素数に拡張する。すなわち、あらたに、方程式

$$m\ddot{y}' = -ky' - 2m\gamma\dot{y}' + kA \sin(\omega_0 t)$$

に従う、関数 $y(t)$ を考え、さらに、複素数 z を $z = x' + iy'$ で定義することにより $z(t)$ が従う微分方程式を立てる。

(ii) z が従う非斉次方程式の特解を、

$$z = B e^{i\omega_0 t}$$

とおく事により求め、その実部をとることにより、 x' の特解を求める。

(4) (2)の方程式に対応する斉次方程式 ($A(t) = 0$ とおいたもの) は減衰振動の方程式になっている。この解は物理演習（11）の[2]番の(2)で求めているので、これを利用し、(3)の特解とあわせて、 x' の一般解を求めよ。

(5) x の一般解を書け。

(6) 時間が十分にたったときの解を書け。

(7) (6)の振動部分の定数の係数が最大になることを共鳴という。共鳴がおきるための条件と、 x の最大値を求めよ。

[2]

(1) 質量が同じ2つの物体がある。一方は速さ v で真っ直ぐに他方の静止した物体に向かっていて、弾性衝突をした後、両者の速さはどのようになるか。

(2) 質量 M_1 の物体がまっすぐに静止した質量 M_2 の物体に向かっていて、両者は衝突して一体となったが、そのときの速さはいくらか。また、このとき失われた力学的エネルギーはいくらか。

(3) 摩擦のない平面上で静止した質量 M の物体が、突然爆発し2つの物体に分離した。観察すると、一方は質量が m であり、速さ v で平面上を滑っていった。他方の物体はどんな速さでどの方向に飛び去るか。