

[1] ベクトル  $A, B$  が、デカルト座標成分で、

$$A = (A_x, A_y, A_z)$$

$$B = (B_x, B_y, B_z)$$

とあらわされるとする。

(1) ベクトル  $A, B$  を直交単位ベクトル  $e_x, e_y, e_z$  を用いて書き表せ。

(2) (1) と、直交単位ベクトルのスカラー積(内積)に関する性質を用いることにより、スカラー積  $A \cdot B$  を成分で書き表せ。

(3) ベクトル  $A$  のデカルト座標成分  $A_x, A_y, A_z$  のそれぞれを、 $A$  及び、直交単位ベクトルを用いて表せ。

(4)  $A, B$  が  $t$  の関数であるとき、(2) の結果を用いて次の公式を示せ。

$$\frac{d}{dt}(A \cdot B) = A \cdot \frac{dB}{dt} + \frac{dA}{dt} \cdot B$$

[2] 半径 0.4m の円周上を等速円運動している質点が 1 秒間の間に 5 回転する。次の諸量を求めよ。

(1) 円運動の周期 (2) 角速度 (3) 質点の速さ (4) 質点の加速度の大きさ

[3]

(1) 位置ベクトル  $r$  の“長さ”が時間がたっても変化しないとき、 $r$  とその速度ベクトル  $v$  が直交することを示せ。

(2) 位置ベクトル  $r$  が、デカルト座標成分で、 $r = (r \cos \omega t, r \sin \omega t)$  と表されているとき、速度ベクトル  $v$  と加速度ベクトル  $a$  を計算せよ。また、加速度ベクトル  $a$  を位置ベクトル  $r$  を用いて表せ。この位置ベクトル  $r$  は、 $X - Y$  平面上で、どのような運動をあらわしているか?

(3) (2) のような運動の場合、速度ベクトル  $v$  と加速度ベクトル  $a$  が直交することを示せ。また、これら 2 つのベクトル及び位置ベクトル  $r$  がどのような関係にあるか図示せよ。

[4]

(1) 速度が一定 ( $= v_c$ ) の運動を等速直線運動という。このとき時刻  $t$  における物体の位置を求めよ。ただし、 $x(t=0) \equiv x_0$  とせよ。

(2) 加速度が一定 ( $= a$ ) の運動を等加速度運動という。このとき時刻  $t$  における物体の速度と、位置を求めよ。ただし、 $x(t=0) \equiv x_0, v(t=0) \equiv v_0$  とせよ。

[5]

(1) 時刻  $t$  における質点の位置  $x(t)$  が

$$x(t) = (A \cos(\omega t + \delta), A \sin(\omega t + \delta), v_0 t + z_0)$$

と表せる運動について速度および加速度を求めよ。またこの質点はどんな運動をするか?

(2) 時刻  $t$  における速度  $v(t)$  が

$$v(t) = (v_x^0 e^{-\gamma t}, v_y^0 e^{-\gamma t}, -u + (u + v_z^0) e^{-\gamma t})$$

かつ

$$x(0) = (0, 0, h)$$

と表せる運動について位置および加速度を求めよ。さらに  $t \rightarrow \infty$  での速度を求めよ。ただし、 $\gamma$  および、 $u$  は正の定数とする。