物理演習問題（1）　２０００年４月１０日

[1] 関数 $f(x)$ の変数 x による導関数 $f'(x)$ は

$$f'(x) = \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

で定義される。

これを利用して、以下の関数の導関数をもとめよ。

$$(1)\ f(x)=\sqrt{x},\qquad (2)\ f(x)=\sin x,\qquad (3)\ f(x)=\mathrm{ln}x(=\log_e x)$$

なお、

$$\lim_{\theta\to 0}\frac{\sin\theta}{\theta}=1$$

と、三角関数の公式を使ってよい。

[2]

（１）$(x^2+1)^4$ を x について微分せよ。　（２）$y^2\mathrm{e}^y$ を y について微分せよ。

（３）$\sin^3(\alpha u+\beta)$ を u について微分せよ。
（ただし、α、β は定数とする。）

[3] 指数関数 e^t は無限級数

$$\mathrm{e}^t = 1+t+\frac{t^2}{2!}+\frac{t^3}{3!}+\cdots+\frac{t^n}{n!}+\cdots$$

で定義される。a を定数として

$$\frac{d}{dt}\mathrm{e}^{at}=a\mathrm{e}^{at}$$

を示せ。

これを用いて、

$$\int_{t_0}^{t}\mathrm{e}^{at'}dt' = \frac{1}{a}(\mathrm{e}^{at}-\mathrm{e}^{at_0})$$

を示せ。

[4] 以下の積分を求めよ。

$$(1)\ \int_{t_0}^{t}\sin at'\ dt',\qquad (2)\ \int_{t_0}^{t}\cos at'\ dt'$$

[5] 以下の問いに答えよ。
(1) 物体の速度が時間の関数として、$v(t)=\alpha t^2$[m/s] で与えられているとき、時刻 $t=0$[s] から $t=2$[s] までに進む距離を求めよ。
(2) 物体の位置が時間の関数として、$x(t)=5\sin(3\pi t+\pi/3)$[m] で与えられているとき時刻 $t=2$[s] における物体の速度を求めよ。
(3) 物体が時刻 $t=0$ に原点 $x(t=0)=0$ を出発し、速度が時間の関数として $v(t)=t\ \sin(t)$[m/s] で与えられるような運動をしている。、このとき時刻 $t_1=\pi/2$[s] に物体はどの位置に到達しているか。また、時刻 $t_2=\pi$[s] 及び $t_3=2\pi$[s] のときはどうか。