１．６　スカラー及びベクトルの経路依存積分（問題）

１．６．１　閉経路の線積分 $\oint \mathbf{r}\cdot d\mathbf{r} = 0$ を証明せよ。

１．６．２

（a） $\mathbf{V}(\mathbf{r}) = 2xy\mathbf{i} + \left(x^2 - y^2\right)\mathbf{j}$ として

$$\int_c \mathbf{V}(\mathbf{r})\cdot d\mathbf{r} = {x_o}^2 y_o - \frac{1}{3}{y_o}^3$$

を証明せよ。ここで経路 c は２つの部分から成る：

c_1 ： x 軸上の $(0,0) \to (x_o,0)$ ，

c_2 ： y 軸に平行な $(x_o,0) \to (x_o, y_o)$ ．

（b） $(0,0)$ と (x_o, y_o) を結ぶ直線に沿う積分が、同じ結果を与えることを証明せよ。

１．６．３　面積分 $\int_S x^2 y^2 z^2 d\boldsymbol{\sigma}$ を計算せよ。ここで $d\boldsymbol{\sigma}$ は常に体積の外側を向いている。

また S を

（a） $z = 0$ と 1 の間の円筒 $x^2 + y^2 = 1$ によって記述される円筒曲面とする；

（b）単位球の球面とする。ここで x, y, z が正の領域における部分球面を、８つに等分割した最初の積分面とする。残り７つの部分球面それぞれについても結果を求めよ。