１．３　置換記号（問題）

1．3．1　ε_{1jk} の９つの成分を３行×３列の表（あるいは行列）として表せ。ただし行の指標を j 、列の指標を k とする。これを ε_{2jk} および ε_{3jk} についても実行せよ。

1．3．2　n 個の異なる物体の並べ方には $n!$ 通りあることを証明せよ。

1．3．3　４つの異なる代数 a, b, c, d の順列をすべて書き表せ。また４つの代数 a, a, c, d の順列もすべて書き表せ。

1．3．4　以下のことに注意して

$$\varepsilon_{ijk}\varepsilon_{mnl} = \begin{vmatrix} \delta_{im} & \delta_{in} & \delta_{il} \\ \delta_{jm} & \delta_{jn} & \delta_{jl} \\ \delta_{km} & \delta_{kn} & \delta_{kl} \end{vmatrix}$$

を証明せよ。

（ａ）置換記号のどちらか一方が２つ或いはそれ以上の同じ指標をもつとき、両辺はゼロになる。

（ｂ）置換記号の両方とも互いに異なる指標をもつとき、mnl は ijk の６通りの順列のうち、どれか１つに該当する。

1．3．5　以下のことを参考にして

$$\sum_{j,k}\varepsilon_{mjk}\varepsilon_{njk} = 2\delta_{mn}$$

$$\sum_{l}\varepsilon_{mnl}\varepsilon_{ijl} = \delta_{mi}\delta_{nj} - \delta_{mj}\delta_{ni}$$

を証明せよ。

（ａ）問題 1．3．4 の結果を用いる。

（ｂ）本文中にて与えられた説明を、より精密に表現する。

※（ａ）の方法によるときは、恒等式 $\sum_{l}\delta_{ln}\delta_{jl} = \delta_{nj}$ が必要になる。

1．3．6　$(\mathbf{A}\times\mathbf{B})\cdot(\mathbf{C}\times\mathbf{D})=(\mathbf{A}\cdot\mathbf{C})(\mathbf{B}\cdot\mathbf{D})-(\mathbf{A}\cdot\mathbf{D})(\mathbf{B}\cdot\mathbf{C})$を証明せよ。

1．3．7　以下のことを参考にして

$$
\begin{aligned}
(\mathbf{A}\times\mathbf{B})\times(\mathbf{C}\times\mathbf{D}) &= (\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}\times\mathbf{D})\mathbf{C}-(\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}\times\mathbf{C})\mathbf{D} \\
&= (\mathbf{A}\cdot\mathbf{C}\times\mathbf{D})\mathbf{B}-(\mathbf{B}\cdot\mathbf{C}\times\mathbf{D})\mathbf{A}
\end{aligned}
$$

を証明せよ。

（ａ）BAC 則を用いる。

（ｂ）置換記号を用いる。