

感染区域を限定した SIR モデルによる COVID-19 東京都第 6 波の解析

メディアエコ研究開発（株）

槇 和男¹

(2022.08.12)

(2022.08.16 : 付録追加)

(2022.08.20 : 付録更新)

(要約)

一つの感染ピークを感染区域が限定されていることによる集団免疫効果で説明する SIR モデルを作り、東京都の COVID-19 第 6 波の解析を試みた。感染区域の人口比率が 6% で、感染区域外との人口の交換速度として、一日あたり感染区域内人口の 0.3 倍の人口が入れ替わるとして、実測の振る舞いを説明できた。ただし、実測発症者数の約 3.5 倍の感染者数となった。実際には無視されたワクチンの効果もあり、また、カウントされていない未検査、未発症の感染者も含めると、これは許容範囲と思われる。なお、付録として、ワクチン効果を入れると、感染区域人口比が 2.8%、計算感染者数が実測発症者数の 1.65 倍となり、改善される。

¹ 連絡先 : flute@music.email.ne.jp

(1) 序文

図1は一昨年からの東京都の新規陽性者数の推移である[1]。東京都は発症日で整理してあるので解析がし易い。現在は第7波ということで、感染の波を重ねる毎にその規模が大きくなってきている。新たな感染拡大が始まると人々は警戒し、政府は社会的活動の自粛を要請するので、やがて感染拡大が収まり、警戒が緩んだ頃にまた新たな変異株が感染を拡げる、ということの繰り返しである。したがって、数理モデルで再現しようとするれば、必然的にパラメータが時間依存性を持つことになる。この辺は日本における感染モデルの第一人者とも言える稲葉寿氏が適切な解説をしているので、参考になる[2]。

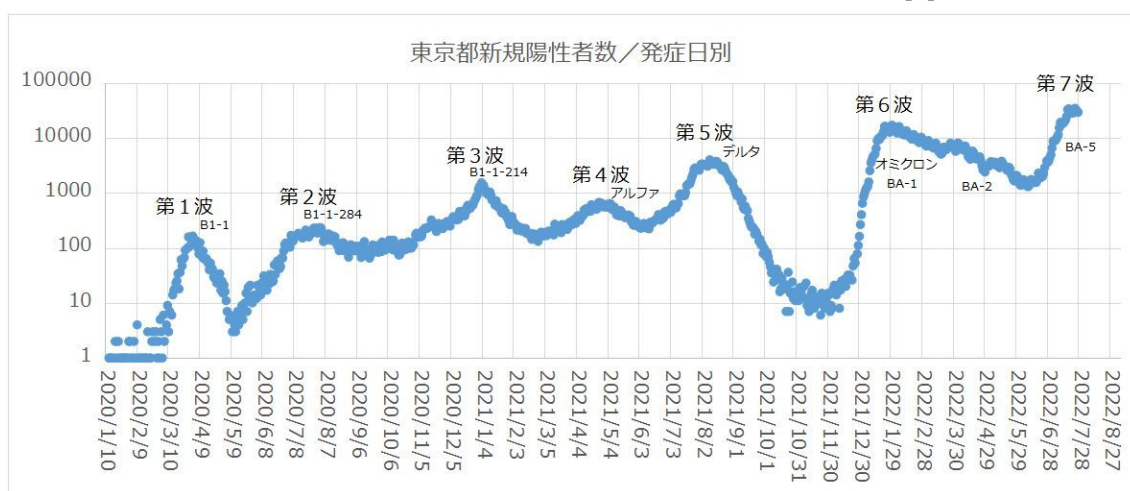


図1

感染制御に新たな武器が加わったのが、昨年夏の第5波であった。極めて高性能なメッセンジャーRNAワクチンが多くの人に接種されて、第5波を終息させたばかりでなく、その後3ヶ月に亘って新規陽性者数が激減している。しかし、「専門家達」がワクチンの有効期限について語り、早期の3回目接種を提案したにもかかわらず、スケジュールが遅れて、その間に、オミクロン株に席卷されて、第6波となった。その後3回目のワクチンが功を奏してオミクロン変異株 BA-2 の感染は抑えられたのだが、そのワクチン効果が切れて BA-5 が第7波をもたらしている[3]。

今回は第6波について考察する。政府は積極的な社会的活動の自粛を要請しなかった為に、確かに終息が遅れたのであるが、それでも徐々に終息に向かったのである。しかもこの間はワクチン効果の谷間であった。これはどうも集団免疫の効果があったのではないかと疑われるが、感染者数の累積で見ると全人口に対して高々数%であるので、今までの常識では効果があるとは言えない。集団免疫効果については、「感染感受性に相当の分布があるので、感受性の高い人から感染が起きて、集団免疫効果は初期にはもっと大きい(2~3倍)」[4][5]という論文もあるが、それでも及ばない。

これは全人口に対して平均化された感染メカニズムを想定しているからなのであって、実質的な感染集団は全人口の数%なのではないか、ということが次に考えられる。しかし、単純な SIR モデルをその感染集団内部だけに適用するとすれば、逆に感染拡大期と同じくらいの速さで感染が終息することになって、実際と合わない。そこで、その感染集団と周

辺の感染が起きない集団との間で人々の出入りがあるというモデルを作って計算してみた。出入りがあるので、感染集団というよりは「感染区域」という方が適切だろう。具体的には感染対策の不十分な職場や学校や家庭等である。この感染区域は一つにまとまっているものではなくて、多数の小さな区域の集合であるが、感染のパラメータが共通しているという単純化をすれば、あたかも一つにまとまっているとして扱っても変わりがない。

(2) 方法

人口の一部が「感染区域」に入っていて、そこで感染が拡がり、その「感染区域」と外側との間で人口のやり取りが続いている、というモデルを SIR モデルで作った。人口のやり取りが無ければ、その感染区域の人口を基準とした SIR モデルの結果となり、周辺も含めた全人口から見れば、とても集団免疫が成り立たないようなレベルにおいて、感染はピークを迎えて終息するが、人口のやり取りがある場合には、ピークが遅れてやや低くなり、やがて内部に残された感染者から流入してきた未感染者への感染が主となるから、流入速度が感染速度の律速となり、感染状況が長期に亘って続く。この状況を計算してみる。

「感染区域」の人口比率を ρ とする。具体的には、取り合えず、0.01 位を想定してみる。下付き数字 1 をあてる。それ以外の人口比率は $1 - \rho$ である。そこには下付き文字 2 をあてる。それぞれの区域における感受性者（免疫を持たない人）の比率を S_1, S_2 とする。感染者（二次感染能力者）の比率を I_1, I_2 とする。免疫保持者（ここではワクチンは考えないから感染を経て二次感染能力を失った人）の比率を R_1, R_2 とする。

それぞれの区域において SIR モデルを考えるが、二つの区域間では人的入れ替えがあって、この一日あたりの人口入れ替え率を感染区域（1）に対する人口比率で表した数値を η とする。入れ替えの人数についてはそれぞれの区域での S, I, R の比率に従った構成となるから、これは溶液の理論で言えば、 S, I, R の濃度拡散である。それぞれの区域での感染係数を β_1, β_2 とし、回復係数（世代時間の逆数）は共通にして、 γ とする。SIR 方程式は次のようになる。

$$\begin{aligned} dS_1/dt &= -\beta_1 I_1 S_1 + \eta (S_2 - S_1) \\ dI_1/dt &= \beta_1 I_1 S_1 - \gamma I_1 + \eta (I_2 - I_1) \\ dR_1/dt &= \gamma I_1 + \eta (R_2 - R_1) \\ dS_2/dt &= -\beta_2 I_2 S_2 + \eta (S_1 - S_2) \rho / (1 - \rho) \\ dI_2/dt &= \beta_2 I_2 S_2 - \gamma I_2 + \eta (I_1 - I_2) \rho / (1 - \rho) \\ dR_2/dt &= \gamma I_2 + \eta (I_1 - I_2) \rho / (1 - \rho) \end{aligned}$$

なお、以下の保存則が成り立っているから、独立した方程式は 4 つである。

$$\begin{aligned} S_1 + I_1 + R_1 &= 1 \\ S_2 + I_2 + R_2 &= 1 \end{aligned}$$

全人口に換算したときの感受性者数比率 SS 、感染者数比率 II 、免疫保持者比率 RR は

$$\begin{aligned} SS &= \rho S_1 + (1 - \rho) S_2 \\ II &= \rho I_1 + (1 - \rho) I_2 \\ RR &= \rho R_1 + (1 - \rho) R_2 \end{aligned}$$

以下計算の趣旨からして、 $\beta_2 = 0$ とする。つまり、感染区域外の S_2, I_2, R_2 は感染区域内との人の移動と回復のみで変化する。オミクロン株を想定して、これも取り合えず、 $\beta_1 = 0.8, \gamma = 0.4$ とする。この条件で、 η を変えたときの数値計算結果を図 2 に示した。ここでは、直接観測できる新規感染者数 $= \beta_1 I_1 S_1$ だけを表示している。

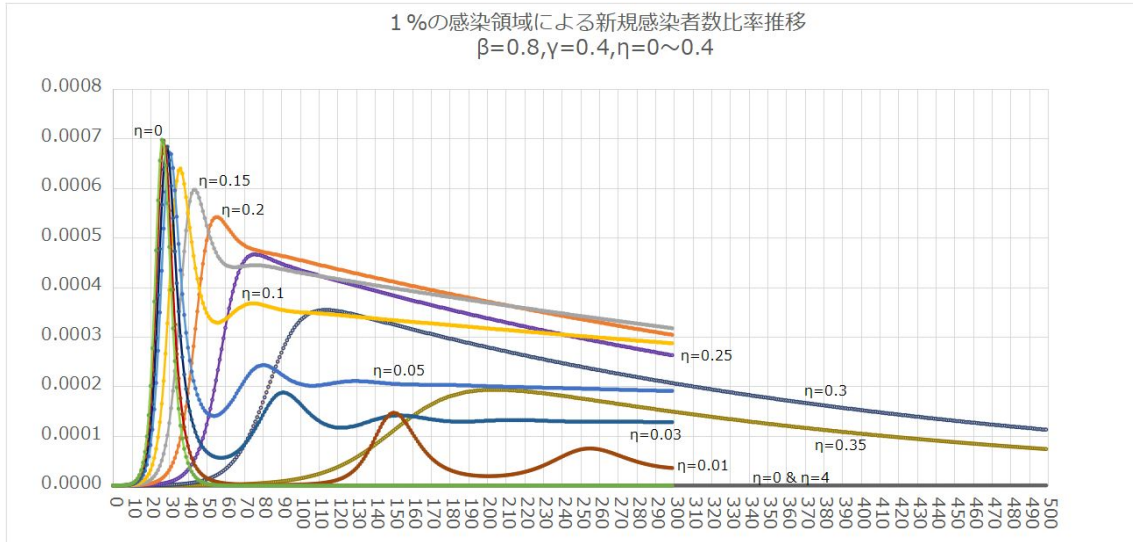


図 2

基本再生産数 $R_0 = \beta_1/\gamma = 2$ となり、 $\eta = 0$ においては、初期成長が $\sim \exp((\beta_1 - \gamma)t) = \exp(0.4t)$ となる。 η が正の時、感染初期を考えると、 I_1 が小さな数であり、 $I_2 \doteq 0, S_1 \doteq S_2 \doteq 1, R_1 \doteq R_2 \doteq 0$ である。つまり、

$$dI_1/dt \doteq \beta_1 I_1 - \gamma I_1 - \eta I_1$$

となり、感染の初期成長が $\sim \exp((\beta_1 - \gamma - \eta)t)$ となる。つまり、 η が回復係数に追加されるのと同じことになるので、人口移動によって初期成長は抑制される。

その後、「感染区域」内部での感染拡大により、 R_1 の増加、 S_1 の低下によって、感染拡大速度が遅くなり、感染者数や新規感染者数が極大を迎えて下がり始める。これが内部での集団免疫効果である。 $\eta = 0$ の場合はそのまま感染が収束してしまい、全人口比率で見れば、 S はまだ 1 に近いので、あたかも感染対策によって感染率を大幅に低下させたように見える。しかし、 η が正の場合には、その後人口移動によって、感染区域における感受性人口比率 S_1 が増加し、免疫保持者比率 R_1 が低下してくると、再び感染が再燃する。移動率 η が小さいと、この再燃までに時間がかかるので、感染の揺り戻しのように見え、移動率 η が大きいと揺り戻しのピークが元のピークと一体化して、 $\eta \doteq 0.6(\beta_1 - \gamma)$ 程度で、立ち上がり方が急で下がり方が緩やかな一つの大きなピークに一体化される。更に、 η が $\beta_1 - \gamma$ に近くなると、感染拡大そのものが非常になだらかになってしまい、 $\beta_1 - \gamma - \eta = 0$ では、そもそも感染拡大が起きない。

東京都の第6波と比較すると、感染拡大期の増加速度が足りない。また減少速度も足りない。また増加速度に対しての減少速度の比率も小さすぎる。これらを調整するには、 γ 以外のパラメータを変えればよい。全体に急峻にするには勿論 β_1 を大きくすればよい。立ち上がりと下がり方の違いを少なくするには、本来の SIR モデルに近づければよいので、 ρ を大きくすればよい。感染ピークの形状を維持するには $\eta \doteq 0.6(\beta_1 - \gamma)$ 程度を保つ必要がある。

(3) 結果と考察

東京都の第6波と相似的な感染経緯を再現するには、 $\rho=0.06$ 、 $\beta_1=0.9$ 、 $\gamma=0.4$ 、 $\eta=0.3$ 位にすると良い。図3にその比較を示した。

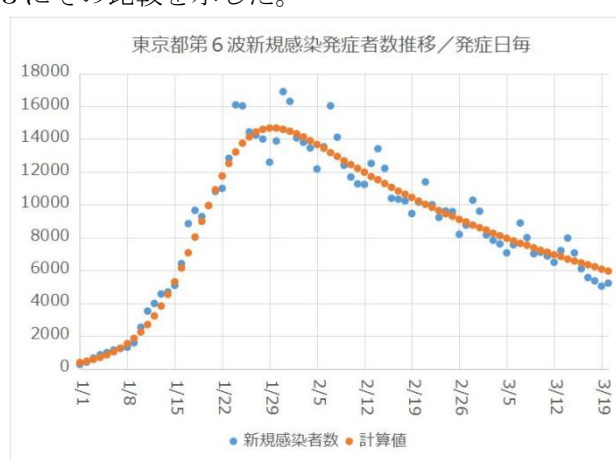


図3

ただし、計算値を実際の人口に換算するために、「全人口」を掛けており、この値は3,840,000人である。東京都の全人口が14,000,000人であるから、更に3.5倍しなくてはならないのであるが、他方で実測の新規感染者数は政府指定の検査で陽性となった発症者数であるから、実際の感染者数がこれの3.5倍位であるという解釈も成り立つ。また、そもそも「感染区域」とは無縁の人達もいるだろう。この辺は解釈上の曖昧さが残るが、少なくとも、全人口を超えないで、同じオーダーになった、という処が売り込みポイントだろうと思う。

ここで感染の最終規模について考察してみる。SIRモデルの場合、変数 t を消去して簡単な方程式が得られる。これは、

$$dI/dS = -1 + (\gamma/\beta)S$$

となり、これを解析的に積分できるから、最終規模 p を

$$p = 1 - S(\infty) = R(\infty)$$

と定義（最終的に感染した人数の人口比）して、

$$1 - p = \exp(-R_0 \cdot p)$$

が成り立つ。

しかし、今回の感染区域限定 SIR モデルで同様な量を計算すると、

$$dII/dSS = -1 + \gamma II / \{ \rho \beta_1 S_1 I_1 + (1 - \rho) \beta_2 S_2 I_2 \}$$

となって、 II が消えてくれない。数値計算するしかないようである。このパラメータでの変数値計算結果を図4に示しておく。

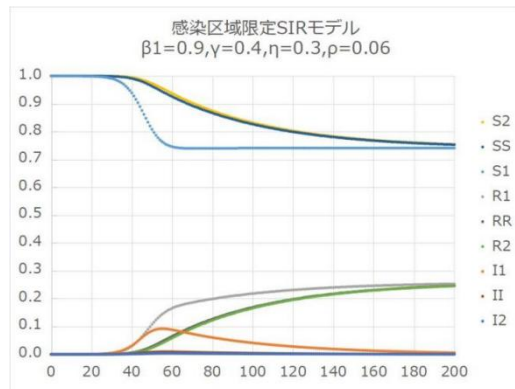


図 4

今のところ、このモデルは実測データの一つの解釈に過ぎない。利点としてはモデルパラメータの経時変化を考えなくてもよいことが挙げられる。その代わりにパラメータの数が2つ増加している。つまり、従来の β と γ に比べて ρ と η が追加されている。感染対策の観点からこれを見ると、 γ は検査・隔離の効果でこれを大きくできるということ是不変だが、従来のSIRモデルでは、 β の中にそれ以外の感染対策が全て含まれていた。今回のモデルではその分類が可能となった。すなわち、 β は直接の感染対策、つまりマスクの着用とか換気によって下げられ、 ρ は職場等の閉鎖やリモートワーク、外出制限によって下げられ、 η は感染区域の閉じ込め、ただし、区域内は放置、で下げられる。これらをそれぞれ10%変えたときの新規感染者数のプロファイルを図5に示した。

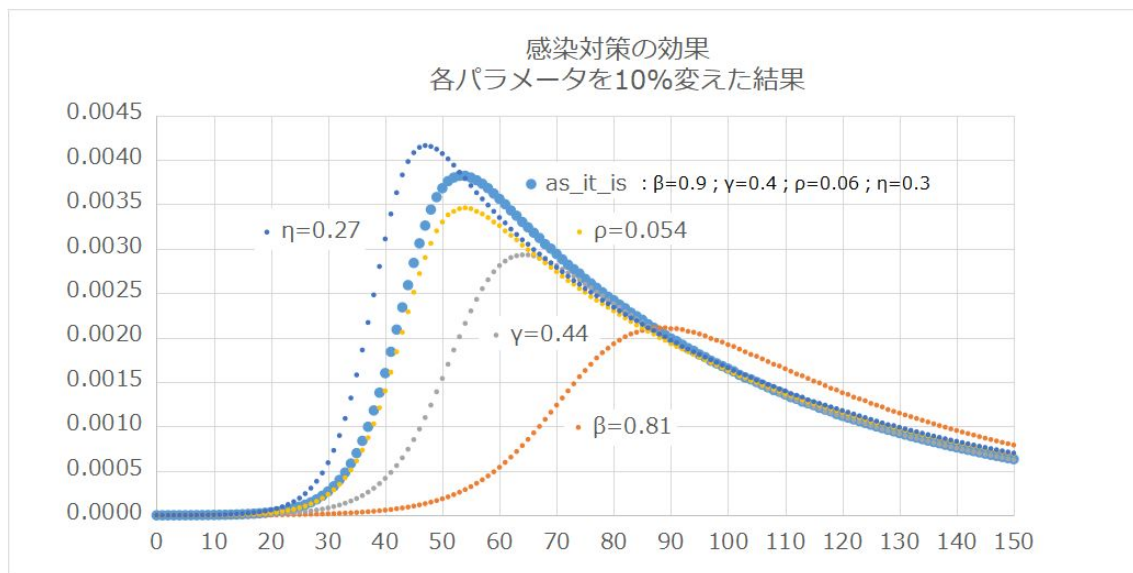


図 5

やはり効果が大きいのは直接の感染対策であり、次が検査・隔離、外出制限と続き、感染区域の閉じ込めは、その内部での感染を促進するために、感染拡大時期には逆効果であるが、感染の終息は早い。閉じ込めた場合はその中で治療や隔離や感染対策をしなくては意味が無いのである。

(付録) 免疫減衰とワクチン接種効果を考慮した場合

COVID-19 オミクロン株の場合、感染・発症予防効果は 64%程度で、免疫保持期間は 150 日程度と思われる[6]。またワクチン接種記録は各都道府県、性別、年代（3 層）別に集計されて公開されている[7]。これらを考慮すると、基本的な SIR モデルに免疫減衰とワクチンの効果を追加することができる。免疫減衰についてはパラメータ $\delta = 0.0067/\text{day}$ ($1/150$) とした。ワクチン効果については、データから一日につき人口のどれくらいの比率に接種したか $= \varepsilon / \text{day}$ を得る。ただし、免疫効果は遅れて出てくるので、10 日だけ遅らせている。また、1 人の人間に対しては充分すぎる程の接種間隔を空けているので、2 回目、3 回目、4 回目の和とすればよい。具体的には、感受性者数比率 S の日変化 dS/dt に対して、 $+\delta R - 0.64 \varepsilon$ を追加し、免疫保持者数比率 R の日変化 dR/dt に対して、 $-\delta R + 0.64 \varepsilon$ を追加すればよい。

本文と同様にして、東京都第 6 波を再現するようにパラメータを選びなおしたところ、本文での、 $\rho=0.06$ 、 $\beta_1=0.9$ 、 $\gamma=0.4$ 、 $\eta=0.3$ 、全人口=3,840,000 人に対して、 $\rho=0.028$ 、 $\beta_1=1.15$ 、 $\gamma=0.4$ 、 $\eta=0.3$ 、全人口=8,500,000 人 となった。新規発症者数推移の結果を図 6 に示す。

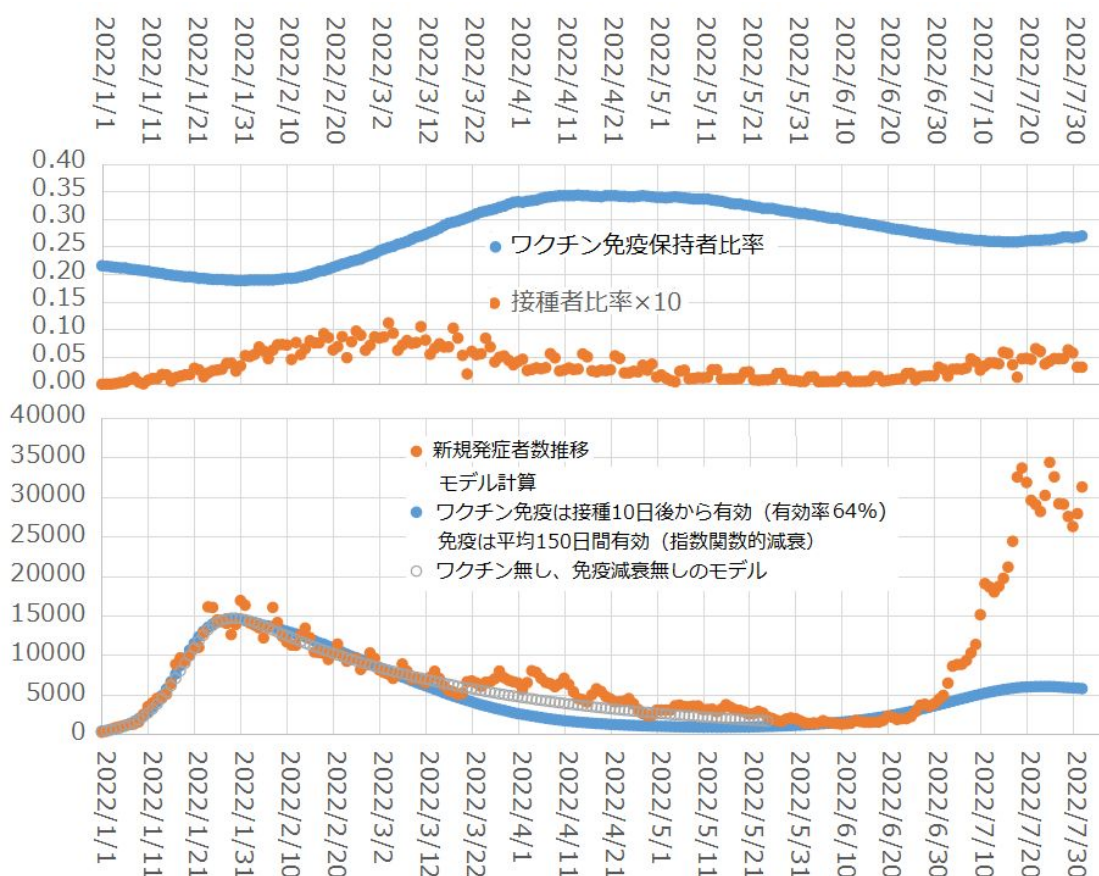


図 6

興味深いのは第 6 波の後、3 月中旬以降である。免疫減衰があるので、感染は終息しないで、ワクチンの効果が小さくなってくると再燃する。しかし、現実には、3 月下旬からは新た

な変異株 BA.2 の侵入による小さなピークがあり、6月頃にはもっと感染が収まり、その後の第7波は、新たな変異株 BA.5 の侵入によるので、当然ながら、計算で「予言」された感染の再燃としては解釈できない。次々と変異株が入ってくる状況ではパラメータの経時変化を無しで済ます訳にはいかないのである。

(文献・データ)

- [1] 東京都発症日別新規陽性数推移
<https://catalog.data.metro.tokyo.lg.jp/dataset/t000010d0000000093>
- [2] 稲葉 寿：「感染症数理モデルと COVID-19」、武見基金 COVID-19 有識者会議投稿論文、2020.12.18、<https://www.covid19-jma-medical-expert-meeting.jp/topic/3925>
- [3] 槇 和男：「東京都第5波第6波の解析」 2022.08.08
<http://www.asahi-net.or.jp/~aw7k-mk/books/tokyovac.htm>
- [4] M. G. Gomes, et al. (2020), Individual variation in susceptibility or exposure to SARS-CoV-1 lowers the herd immunity threshold, medRxiv preprint doi:
<https://doi.org/10.1101/2020.04.27.20081893>
- [5] Alexei V. Tkachenko et al., "Time-dependent heterogeneity leads to transient suppression of the COVID-19 epidemic, not herd immunity",
PNAS 2021 vol.118, No.17, e2015972118, <https://doi.org/10.1073/pnas.2015972118>
- [6] UKHA report,
<https://www.gov.uk/government/publications/covid-19-vaccine-weekly-surveillance-reports>
- [7] 都道府県別ワクチン接種数推移 <https://info.vrs.digital.go.jp/dashboard/>