平成 12 年度

学位論文

学校数学における現実の問題を解決するための数学的モデリング活動に関する研究

兵庫教育大学大学院　　学校教育研究科
教科・領域教育専攻　　自 然 系 コ ー ス
Ｍ ９ ９ ５ ５ ４ Ｂ　　竺 沙　　敏 彦

＜目次＞

第 1 章　本研究の目的

(1)　文章題解決に関する日本の中学生の実態

数学が日常の問題を解決するのに役に立つと考えている日本の生徒の割合は，諸外国と比較するとかなり低い。表 1-1 は，以下の 4 つの質問に対して，各国の生徒が「そう思う」と回答した割合を示している（国立教育研究所，1991）。

（イ）問題の答えをもとにもどってたしかめること，法則や公式を覚えること，文章の問題を解くこと，方程式を解くこと，などは一般に大切である

（ロ）問題の答えをもとにもどってたしかめること，法則や公式を覚えること，文章の問題を解くこと，方程式を解くこと，などは一般に好きである

（ハ）数学を勉強すると，筋道を立てて考えることができるようになる

（ニ）日常の問題を解決するのに数学が役立つ

（表 1-1）各国別の数学に対する意識(%)

	（イ）大切である		（ロ）好きである		（ハ）論理的になる		（ニ）役立つ	
	高 3	中 1	高 3	中 1	高 3	中 1	高 3	中 1
日本	85	88	25	25	48	42	20	36
イギリス	81	76	36	36	73	69	73	79
イスラエル	82	89	41	58	80	71	57	65
ニュージーランド	78	76	31	36	81	62	62	72
アメリカ	86	74	37	38	85	64	81	67
国際平均	83	78	40	42	80	64	60	60

数学の内容を学習することは大切である（(イ）の質問）と考える日本の生徒の割合は，諸外国のそれとあまり差はみられない。しかし，数学を学習することによって論理的思考力が高まったり（(ハ）の質問），日常の問題解決に数学が役立つ（(ニ）の質問）と考える日本の生徒の割合は，諸外国に比べて少なくなっている。

芳沢(1995)は，日本の中学生の数学学習に対する意識を次のように表現している。

《日本の生徒は，（入学）試験対策上，数学の勉強は大切であると感じているものの，勉強はいやいやながらしている》(p.232)

筆者も実際に，「受験科目に数学があるから，仕方なく数学を勉強するけど，もし数学が受験に関係なかったら，生活に役に立たないものを勉強したくない」という生徒の発言を耳にしたことがある。

佐藤ら(1998)は，数学のもつ二つの側面を次のように表現している。第一の側面は，実用性を考えず純粋に探求する対象としての側面であり，第二の側面は，世の中の事象を理解するための側面である。そして，第一の側面の例として，「完全数」，「フェルマーの最終定理」などがあげられる。少なくとも現在これらは，多くの人にとって「役に立った」と感じられる題材ではないであろう。すなわち，まだ現段階ではこれらは，純粋に探求する対象としか考えられていない。それに対して，第二の側面の例として，「損害保険料率計算」，「暗号理論」などがあげられる。これらは，いわゆる実社会の中で数学が「役に立った」例である。

澤田(1997)は，中学生に対して，中学校数学の単元ごとに，「好き」か「嫌い」かという質問を行い，その結果を表 1-2 のように示している。

(表 1-2)数学の内容の好き嫌い

	好き(%)			嫌い(%)		
学習内容	1 年生	2 年生	3 年生	1 年生	2 年生	3 年生
1　文字式	53.1	64.0	74.9	44.1	33.1	21.8
2　方程式	61.3	62.5	75.3	36.7	35.3	22.1
3　不等式	17.0	64.1	75.5	22.8	33.8	21.2
4　平方根	―	―	60.6	―	―	35.5
5　因数分解	―	―	67.2	―	―	29.6
6　図形	65.8	54.5	40.4	31.1	42.6	56.1
7　回転体	38.4	29.0	28.2	25.6	42.3	63.7
8　合同と相似	―	45.5	31.5		51.7	64.4
9　円	32.0	19.2	39.7	22.9	32.1	56.1
10　三平方の定理	―	―	51.3	―	―	43.7
11　グラフ	57.3	41.4	35.6	37.3	51.8	59.2
12　座標	65.6	35.8	39.2	30.8	58.9	56.7
13　ヒストグラム	―	38.0	28.0	―	27.0	59.2
14　関数	34.4	30.9	35.1	57.1	62.0	61.3
15　確率	―	―	58.6	―	―	37.8
16　文章題	19.9	16.6	16.5	72.5	76.0	79.7

（澤田利夫，1997，p.17）

この調査結果からすると，「文章題」は，中学生にとって最も人気がなく，最も嫌われている学習内容であるということが言えよう。

国立教育研究所(1990)は，中学校 1 年生 219 名を対象に，「導入的問題」，「方程式の解法」，「文章題」という方程式に関連した 3 種類の問題に対する正答率を調べている。その結果は，表 1-3 に示すとおりである。ここで，「導入的問題」とは，一次方程式の意味，解法を理解するための基礎となる性質を問う問題である。例えば，「解が 2 であるものを次の 4 つの方程式の中から選びなさい」などといった問題である。「方程式の解法」とは，一次方程式を与えて，その解を尋ねる問題である。「文章題」とは，一次方程式を利用して解くことのできる文章題を与えて，その方程式と答えの両方を要求する問題である。

（表 1-3）方程式に関連した問題の正答率

（中学 1 年生対象，対象人数 219 名）

	「導入的問題」	「方程式の解法」	「文章題」
正答率	74.3%	54.5%	29.5%

（国立教育研究所，1990，p.120）

この調査結果は，「導入的問題」，「方程式の解法」に比べ，「文章題」の正答率が非常に低いことを示している。

以上であげた調査により浮かび上がってくる日本の中学生の数学学習に対する意識，さらには学習内容としての「文章題」に対する意識と習熟度の実態は，次のようにまとめられよう。

日本の中学生の中で，数学の内容を学習することは大切であると考えている生徒の割合は，諸外国のそれとあまり差は見られない。けれども，数学の有用性を理解した上で，生徒はそのように考えているわけではない。

また，数学の学習内容の中で，「文章題」は最も嫌われている。さらに，「文章題」の正答率は非常に低くなっている。

(2) 本研究の目的

現在の学校数学においては，公式・計算方法の暗記や，問題を素早く解くための技術を習得させるための指導に重きをおいていて，数学の有用性を生徒に充分伝えきれていないのではないか。そのために，多くの生徒が「数学を勉強するのは受験のためであって，現実の問題を解決するために数学は役には立たない」と考えているとすれば，数学の有用性を生徒に伝えるための教材と指導法の開発が必要となろう。

数学の有用性を生徒に体験させるための有効な学習活動として，「数学的モデリング活動」というものが最近注目されるようになってきている。これは，現実の問題を解決するために数学を用いて処理する活動である。例えば，池田ら(1993)は，数学的モデリング活動を，次のように捉えている。

≪実際の問題を数学化して数学的に解決し，解釈・検討して不都合が生じればモデルの修正を適宜繰り返し，より適した実際の問題の解決を見いだしていく全活動≫(p.27)

このように，数学的モデリング活動には幾つかの段階がある。そのため，中学生がこれを使いこなせるようになるのは容易なことではない。そこで，はじめから数学的モデリング活動の全過程を指導するのではなく，まず，部分的に指導することが考えられる。例えば，現実の問題を数学化して数学の問題にすることは，現実の問題の中の様々な条件や制約を取捨選択する必要があり，とても困難な作業である。そのため，「数学化」の段階を除外して，指導することが考えられる。このことに関して，Greer(1997)は，「モデリング（または数学化）の練習問題として文章題を扱うこと」を推奨している。これは，既に出題者によって数学化された「文章題」を用いることによって，まず「数学化」以外の数学的モデリング活動の各段階を指導することができると考えられるからである。

前述のとおり，数学的モデリング活動は，現実の問題を解決するための活動である。そのため，その練習として文章題を用いるときには，現実の世界と照らし合わせて現実的な解答をすることが求められる。ところが，幾つかの先行研究において，「生徒は，文章題解決に際して，現実的には解答しない傾向が強い」ことが指摘されている。

そこで，本研究では，まず，日本の中学生が文章題解決に際して，どの程度現実的な解答を行うのかを明らかにするために，実態調査を実施する。次に，現実的に解答しないのはどのような要因が関わっているのかを考察するために，実態調査を実施する。それは，文章題を現実的に解決するために必要な「現実世界の知識」の有無と文章題に対する解答との関連について明らかにするための調査である。さらに，現在の中学校における文章題指導の実態を明らかにするために，ノンルーティンな文書題が教科書でどのように扱われているかを調査する。

これらの調査をもとに，生徒が文章題に対して現実的に解答しない原因を明らかにし，現実の世界と照らし合わせて解答することができるようになるための指導方法を示すことと，数学的モデリング活動の具体例を示すことが本研究の目的である。

第 2 章　現実的な解答と数学的モデリング活動に関する先行研究

第１節　現実的な解答に関する先行研究

(1) 現実的な解答と非現実的な解答

例えば,「10 個の風船を 4 人で均等に分けたい。一人に何個ずつ配ればよいか」という問題に対して,「10÷4」の計算結果「2.5」をそのままこの問題の解答にすると「一人当たり 2.5 個の風船を配ればよい」ということになってしまう。しかし，2.5 個の風船というのは現実的な解答ではない。

Verschaffel ら(1997a)は，現実の問題に対して計算結果をそのまま利用して解答した場合，非現実的な解答が生じる問題として，次のような例をあげている。

《John の 100m走のベストタイムは 17 秒である。彼が 1000mを走ると何秒かかるか。》（p.579）

この問題に対して,「170 秒」は非現実的な解答である。なぜなら，生身の人間が 1000mという長距離を走る場合，疲労のために走るペースが落ち，そのために，170 秒以上の時間がかかると考えるのが妥当だからである。

このように，問題によっては，計算結果をそのまま解答にすると現実的ではない解答が生じることがある。上記の二つの問題では，例えば,「一人あたり 2 個の風船を配る。そして，残りの 2 個はみんなで使って遊ぶ」や「170 秒よりながい時間がかかる」等が現実的な解答となる。

(2) 非現実的な解答が生じやすい文章題

ｉ) Greer の調査に使用された文章題

Greer(1993)は，彼の調査に使用した文章題の中から非現実的な解答が生じやすい 4 つのタイプを，調査結果から明らかにしている。

① 余りのある割り算文章題
② 問題文中に明示されていない現実的な制約を考慮に入れる必要のある文章題
③ 比例に関する文章題
④ 問題の状況が階段関数になる文章題

<u>① 余りのある割り算文章題</u>

《4 人で 14 個の風船を分ける。一人あたりいくつになるか。》（p. 243）

常識的には，風船は，膨らまして使用するものである。ところが，一個の風船を二つに切った場合，その中に空気を入れて膨らますことができない。それゆえ，0.5 個の風船というのは，現実的には風船として使用できない。よって，「一人あたり 3.5 個ずつ配る」という解答は，非現実的な解答である。

<u>② 問題文中に明示されていない現実的な制約を考慮に入れる必要のある文章題</u>

《ある人が 12m 離れた 2 本のポールの間を結ぶための充分な長さのロープを必要としている。しかし，彼は 1.5m のロープしか持ってない。そのポールの間を結ぶためには何本のロープが必要になるか。》（p. 243）

この問題に，「12÷1.5＝8 なので，8 本」と答えると非現実的な解答となってしまう。なぜなら，8 本のロープでは，結び目を作るために少し短くなってしまうので，全体では 12mより短いロープしか作ることができないからである。したがって，こ

の文章題に対する現実的な解答は「9 本」または「9 本以上」である。

③　比例に関する文章題

《ある競技者の 1 マイル走のベストタイムは 4 分 7 秒である。彼が 3 マイル走るとどのくらい時間がかかるか。》(p. 245)

4 分 7 秒を 3 倍すると，「12 分 21 秒」になる。しかし，実際に，この競技者が 3 マイル走ると，疲労のためペースが落ちて，それよりもながい時間がかかると考えられる。したがって，現実的な解答としては，「12 分 21 秒よりながくかかる」などが考えられるであろう。

④　問題の状況が階段関数になる文章題

《次の表はファーストクラスで手紙を送るときにかかる料金を示している。John の手紙は 0.64 ポンドで送ることができる。Mary の手紙は John の 2 倍の重さである。Mary の手紙はいくらで送ることができるか。

＜郵便料金表＞

60g 以下	0.24 ポンド
100g 以下	0.36 ポンド
150g 以下	0.45 ポンド
200g 以下	0.54 ポンド
250g 以下	0.64 ポンド
300g 以下	0.74 ポンド
350g 以下	0.85 ポンド
400g 以下	0.96 ポンド
450g 以下	1.08 ポンド
500g 以下	1.20 ポンド
600g 以下	1.50 ポンド

(以下，略)》(p. 245)

John の手紙の重さを 250g であると考えれば，Mary の手紙の重さはその 2 倍の 500g ということになり，料金は 1.20 ポンドとなる。しかし，John の手紙の重さは 200g～250g の範囲のいずれかの重さであるため，その 2 倍の重さである Mary の手紙の重さは 400g～500g の範囲にある。したがって，現実的な解答は，「1.08 ポンドまたは 1.20 ポンドのいずれか」となる。

ⅱ) Verschaffel らの調査に使用された文章題

Verschaffel ら(1997a)の調査に使用された文章題のうち，非現実的な解答が生じやすい文章題は，次の 5 つのタイプであった。

① 余りのある割り算文章題
② 共通の要素をもつ二つの集合の結合と分離に関する文章題
③ 計算結果に 1 を加えた値，または計算結果より 1 少ない値が現実的な解答になる文章題
④ 問題文中に明示されていない基本的・常識的な知識を考慮に入れなければ現実的に答えることができない文章題
⑤ 正比例モデルが数学モデルとして不適切である文章題

<u>① 余りのある割り算文章題</u>

《1180 人のサポーターがサッカー場にバスで移動しなければならない。
バスは 48 人乗りである。バスは何台必要か。》（p. 584）

この文章題に対して，「24 台」や「24 $\frac{7}{12}$台」という解答は非現実的な解答である。なぜなら，24 台のバスそれぞれに 48 人ずつサポーターを乗せていくと，28 人のサポーターがバスに乗ることができないし，バスを $\frac{7}{12}$ 台に分割することもできないからである。24 台のバスに乗ることができない 28 人のために，もう 1 台のバスが必要となるので，この問題に対する現実的な解答は「25 台」である。これは Greer(1993)の①と同じである。

② 共通の要素をもつ二つの集合の結合と分離に関する文章題

《Carl と Georges はクラスメートである。自分の誕生日パーティーに招待したい友人の数は，Carl が 9 人で，Georges が 12 人である。Carl と Georges は誕生日が同じ日なので，一緒にパーティーをすることにしている。彼らは友人を全員招待し，全員が来ることになっている。パーティーには何人の友人が来るか。》（p．584）

Carl と Georges に共通の友人がいる可能性がある場合，「9＋12」という計算を行い，「21 人」という解答をすると非現実的な解答になる。この問題文では，共通の友人の人数が明示されていないので，パーティーに参加する友人の人数を特定することができない。よって，この問題に対する現実的な解答は，例えば「12 人以上 21 人以下のいずれかの人数」のようになる。

③ 計算結果に 1 を加えた値，または計算結果より 1 少ない値が現実的な解答になる文章題

《毎年恒例のロックフェスティバルは今年(1997 年)で 15 回目である。最初に開かれたのは何年のことか。》（p．584）

「1997－15」を行うと「1982」となるが，この文章題の解答は，それに 1 をたした「1983 年」である。

④ 問題文中に明示されていない基本的・常識的な知識を考慮しなければ現実的に答えることができない文章題

《12m離れたところに立っている 2 本のポールを結ぶために，ロープが必要である。しかし，手元には，それぞれの長さが 1.5mのロープしかない。そのロープを結んでいくと何本必要になるか。》（p．584）

これは，Greer(1993)の②と同じである。

⑤　正比例モデルが数学モデルとして不適切である文章題

《Sven は平泳ぎで 50m泳いだときのベストタイムは 54 秒である。彼が 200m泳ぐと何秒かかるか。》（p．584）

「54×4」という計算を行うと，「216 秒」という解答になる。しかし，Sven が実際に 200m を泳ぐと，216 秒よりもながい時間がかかることになる。これは，Greer(1993)の③と同じである。

Greer(1993)と Verschaffel ら(1997a)の研究で使用された非現実的な解答が生じやすい文章題のタイプを整理すると，表 2-1 のようになる。

(表 2-1)　非現実的な解答が生じやすい文章題の分類

タイプ	Greer(1993)	Verschaffel ら(1997a)
A	余りのある割り算文章題	余りのあるわり算文章題
B		共通の要素をもつ二つの集合の結合と分離に関する文章題
C		計算結果に 1 をたした値，または計算結果から 1 をひいた値が現実的な解答になる文章題
D	問題文中に明示されていない現実的な制約を考慮に入れる必要のある文章題	問題文中に明示されていない基本的・常識的な知識を考慮に入れなければ現実的に答えることができない文章題
E	比例に関する文章題	正比例モデルが数学モデルとして不適切である文章題
F	問題の状況が階段関数になる文章題	

(3) ノンルーティンな文章題

いくつかの先行研究（Greer，1993；Verschaffel ら，1994；Verschaffel ら，1997b；Reusser ら，1997；Yoshida ら，1997；加藤，2000）において，生徒は，**ノンルーティンな文章題**に対して非現実的な解答をする傾向があることが示されている。ここでいうノンルーティンな文章題とは，Verscaffel ら(1997b)の捉え方に基づく。すなわち，ノンルーティンな文章題とは，計算結果などをそのまま答えとすることができず，それに何らかの修正や解釈を加えなければならない文章題のことである。これに対して，計算結果などをそのまま答えとすれば，正解となるような文章題を**標準的な文章題**という。

ここでは，以下にその概略を示す 6 つの先行研究で使用されたノンルーティンな文章題について，それぞれの被験者たちが，現実的に解答した割合を調べる。

① Greer(1993)の研究

Greer(1993)は，北アイルランドの 13 歳，14 歳の生徒 100 名を対象に調査を行っている。調査問題として，ノンルーティンな文章題と標準的な文章題のあわせて 16 題が使用されている。被験者は二つのグループに分けられ，それぞれのグループに，ノンルーティンな文章題 4 題と標準的な文章題 4 題の合計 8 題ずつが与えられた。

② Verschaffel ら(1994)の研究

Verschaffel ら(1994)は，5 年生（10，11 歳）75 名を対象に調査を行っている。調査問題として，ノンルーティンな文章題 10 題と標準的な文章題 10 題が使用されている。被験者は二つのグループに分けられ，それぞれのグループに，ノンルーティンな文章題 5 題と標準的な文章題 5 題が与えられた。被験者の解答とコメントをもとに，現実的な解答であるかどうかの判断がなされた。

③ Verschaffel ら(1997b)の研究

Verschaffel ら(1997b)は，大学の教育学部生（18～21 歳）332 名を対象に調査を行っている。調査問題は，上の Verschaffel ら(1994)で使用された 10 題のノンルーティンな文章題のうちの 7 題と標準的な文章題 7 題が使用されている。その 14 題の

全てが被験者に与えられた。

④ Reusser ら(1997)の研究

Reusser ら(1997)は，10〜12 歳の児童あわせて 67 名を対象に調査を行っている。調査問題は，Verschaffel ら(1994)の使用したものと同じノンルーティンな文章題 10 題と標準的な文章題 10 題が使用されている。

⑤ Yoshida ら(1997)の研究

Yoshida ら(1997)は，日本の小学校 5 年生（10，11 歳）45 名を対象に調査を行っている。調査問題は，Verschaffel ら(1994)の使用したものと同じノンルーティンな文章題 10 題と標準的な文章題 10 題が使用されている。

⑥ 加藤(2000)の研究

加藤(2000)は，日本の高校 1 年生（15，16 歳）246 名を対象に調査を行っている。調査問題は，Verschaffel ら(1994)の使用したものと同じノンルーティンな文章題 10 題が使用されている。

さて, これら 6 つの先行研究において使用されたノンルーティンな文章題を, 表 2-1 に整理した分類にあてはめながら示すと，表 2-2 のようになる。

（表 2-2）6 つの先行研究に使用された文章題

	文章題			使用された研究
A	1	バスの問題Ⅰ	450 人の兵士がトレーニング場へ移動しなければならない。各軍用バスは 36 人乗りである。バスは何台必要か。	②③④⑤⑥
	2	バスの問題Ⅱ	1128 人の子供がバスで旅行に行く。それぞれのバスは 36 人乗りである。バスは何台必要か。	①
	3	風船の問題Ⅰ	おじいさんは 4 人の孫に 18 個の風船を与えた。均等に分けると一人当たり何個になるか。	②④⑤⑥
	4	風船の問題Ⅱ	パーティーで 4 人の子供のために 14 個の風船がある。これらを分けると一人あたり何個になるか。	①

B	1	パーティーの問題	Carl と Georges はクラスメイトである。Carl は自分の誕生日に招きたい友人は 9 人で, Georges は 12 人である。Carl と Georges は同じ誕生日なので，一緒にパーティーをすることにしている。彼らは友人を全員招待し，全員が来ることになっている。パーティーには何人の友人が来るか。	②③ ④⑤⑥
C	1	年齢の問題	Rob は 1978 年生まれである。現在は 1993 年である。彼は何歳か。	② ④⑤⑥
D	1	木の切り取り問題	Steve は 2.5mの長さの板を 4 枚持っている。これらから 1mの長さの板は何枚切り出せるか。	②③ ④⑤⑥
	2	水とお湯の混合問題	40℃の水 1 リットルと 80℃の水 1 リットルを混ぜると何℃の水ができるか。	② ④⑤⑥
	3	距離の問題	Bruce と Alice は同じ学校に通っている。Bruce は学校から 17km，Alice は学校から 8km 離れた所に住んでいる。Bruce と Alice の家はお互いにどのくらい離れているか。	②③ ④⑤⑥
	4	ロープの結び目の問題	ある人が 12m離れた 2 本のポールの間を結ぶための十分な長さのロープを必要としている。しかし，彼は 1.5mのロープだけを何本か持っている。そのポールの間を結ぶために必要なロープは何本か。	①②③ ④⑤⑥
E	1	ベストタイムの問題Ⅰ	ある競技者の 1 マイルのベストタイムは 4 分 7 秒である。彼が 3 マイル走るとどのくらいの時間がかかるか。	①
	2	ベストタイムの問題Ⅱ	John の 100m 走のベストタイムは 17 秒である。1km 進むのにどのくらいかかるか。	②③ ④⑤⑥
	3	三角フラスコの問題	フラスコに一定の割合で蛇口から（水を）入れていく。10 秒後の水の深さが 2.4cm とすると，30 秒後の深さはどのくらいか。（三角フラスコの図が添付されている）	①②③ ④⑤⑥
	4	クリスマスカードの問題	ある店では 12 月に 312 枚のクリスマスカードを売る。では，1 月から 3 月までの三ヶ月間で何枚のカードを売るか。	①
	5	3 分間の問題	ある少女がつづりが C で始まる動物の名前を書きだしている。1 分間で 9 個の名前を書いた。次の 3 分間で何個書けるか。	①
F	1	郵便料金の問題	この表はファーストクラスで手紙を送るときにかかる料金を示している。John の手紙は 64p で送れる。Mary の手紙は John の 2 倍の重さである。Mary の手紙はいくらで送れるか。（表は省略した）	①

表 2-3 は，6 つの調査とその結果を整理したものである。なお，表中の「現実的な解答の割合」の欄に数字があるところが，その調査で使用された文章題であり，その文章題は左欄の記号を表 2-2 と対応させて見ていただきたい。例えば，①Greer の列の「60」に対応する文章題は，表 2-2 の「A-2（バスの問題Ⅱ）」である。

なお，Greer(1993)では，生徒の解答ごとの割合しか示していない。そのため，表中の Greer の欄は，各解答が現実的な解答であるか非現実的な解答であるかを筆者が判断を行い，集計した結果を示している。

（表 2-3）ノンルーティンな文章題に対する現実的な解答の割合（%）

研究			① Greer (1993)	② Verschaff-el ら (1994)	③ Verschaff-el ら (1997b)	④ Reusser ら (1997)	⑤ Yoshida ら (1997)	⑥ 加藤 (2000)
調査国			北ｱｲﾙﾗﾝﾄﾞ	ベルギー	ベルギー	スイス	日本	日本
調査対象			13，14 歳	10，11 歳	18～21 歳	10～12 歳	10，11 歳	15，16 歳
調査人数			100 名	75 名	332 名	67 名	45 名	246 名
現実的な解答の割合	A	1		37	90	49	62	65
		2	60					
		3		44		75	52	72
		4	83					
	B	1		15	29	11	13	24
	C	1		2		2	0	8
	D	1		10	64	14	0	28
		2		13		21	11	31
		3		2	48	5	2	12
		4	15	0	37	6	2	4
	E	1	8					
		2		2	31	5	7	19
		3	4	3	39	0	4	2
		4	65					
		5	4					
	F	1	0					

第 2 節　数学的モデリング活動に関する先行研究

(1)　三輪の研究

三輪(1983)は，数学的モデリング活動の過程を，次のように示している。

《それまでの経験・観察をもとにして，ある事象が探究を要するという
認識があるという前提の下で，

(1)　その事象に光を当てるように，数学的問題に定式化する（定式化)。

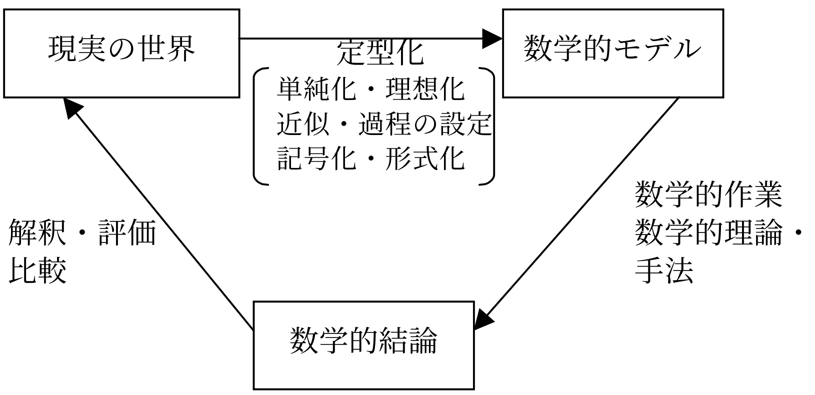
(2)　定式化した問題を解く（数学的作業)。

(3)　得られた数学的結果をもとの事象と関連づけて，その有効さを検討し，評価する（解釈，評価)。

(4)　問題のより進んだ定式化をはかる（より良いモデル化)。

》(p.120)

また，彼は，この数学的モデリング活動の過程を，図 2-1 のように図式化している。



（図 2-1）数学的モデリング活動の過程（三輪，1983，p.120）

三輪は，(1)定式化の段階について，次のように述べている。

《(1)では，理想化・単純化ないし近似など，一種の「結晶化」がなされるとともに，適切な過程の設定，それらを数学的言語で表現することが必要である。この際，解けるように簡単な定式化をはかることと，事象の複雑さを捉えることとは，経済学でいうトレード・オフの関係にあるといえる。》(p.120)

現実の問題を数学を用いて解決する際に，より厳密な数学的モデルを作成しようとすることと，数学的作業が容易である数学的モデルを作成しようとすることとは相反する関係にある。例えば，地球と太陽の位置関係を数学を用いて考察しようとした場合，「公転軌道は円である」として数学的モデルを作成すれば数学的作業は容易になるけれども，実際には「公転軌道は楕円である」ために，この数学的モデルでは現実の事象と数学的結果との間に食い違いが生じることが考えられる。もし，「公転軌道は楕円である」として数学的モデルを作成すれば，より現実の世界に近い結果が得られるであろうが数学的作業は比較的困難になる。そのため，数学的作業の容易さと結果の妥当性のバランスを考えて，モデルを作成する必要がある。

(2)　池田らの研究

池田(1999)は，数学的モデリング活動を，次のように捉えている。

≪実際の問題の解決を目標に，実際の問題を数学化して数学的モデルをつくり，解釈・検討して不都合が生じれば数学的モデルの修正を適宜繰り返し，より適した数学的モデルをつくっていく活動≫(p.4)

また，池田ら(1993)は，こうした数学的モデリング活動の過程を，図 2-2 のように示している。

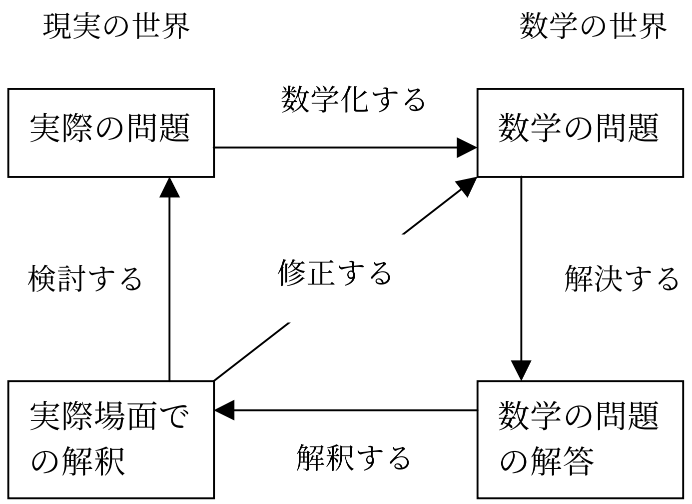


図 2-2　数学的モデリング活動の過程（池田ら，1993，p.27）

ここでいう実際の問題とは，現実の世界から生じた問題を指している。その現実の世界とは数学外の世界，すなわち日常生活や我々の身のまわりの世界を指すことにするとしている。

また，池田(1999)は，数学的モデルについて，次のように述べている。

> ≪数学的モデルは，A.Pinker(1981)によるモデルの定義に基づくことにする。すなわち，M，O をそれぞれあるひとつの体系とするとき，M があるひとつの目的に関して O と同形であり，M を研究することが O において意味のある結果をもたらすとき，M を O のモデルと定義する≫(p.4)

池田(1999)は，数学的モデリング活動をうまく遂行するために必要な考え方を「数学的モデリング活動を促進する考え方」と呼び，そのうち代表的な考え方を，表 2-4 のように示している。

（表 2-4）数学的モデリング活動を促進する代表的な考え方(池田，1999，p.5)

方向	Type	モデリングを促進する代表的な考え方
現実の方向	1	①　曖昧なものはないか ②　曖昧なものは明確にしよう [条件の明確化の考え]
	2	①　実際の解決に影響するか ②　実際の解決への影響はどの程度か [関数的な考え，抽象捨象の考え]
数学の方向	3	①　数学的に解決しやすいか ②　数学的に解決しやすくしよう [抽象捨象，理想化，単純化，特殊化の考え]
	4	①　数学的に表現できるか ②　どのように数学的に表現するか [記号化，図形化，数量化の考え]

このような考え方は，三輪(1983)によって指摘されていることと共通している。

(3)　小寺の研究

小寺(1997)は，数学的モデリング活動の過程を，次のようにまとめている。

《①定式化：適切な仮定の下に事象を単純化し，数学的構造を見いだし，
　　　　　数式や図形などで表される数学的モデルを作る。
　②処理　：数学的に表現・処理し，解を得る。
　③解釈　：解が現実に何を意味するか考える。
　④確認　：現実の結果を確認しモデルの妥当性を検証する。必要に応
　　　　　じ仮定を見直し再モデル化を試みる。
》(p.434)

また，彼は，この過程を，図 2-3 のように示している。

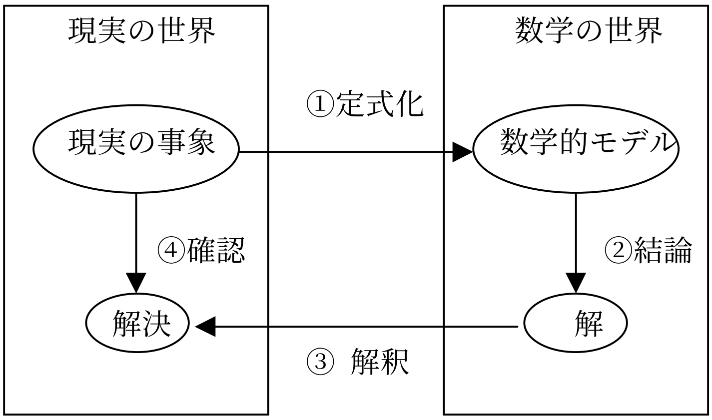


図 2-3　数学的モデリング活動の過程（小寺，1997，p.434）

小寺は，中学生が「数学は役に立たない」と考えるようになった要因として，数学の指導が受験に重点を置くようになったことと同時に，「戦後日本においては，生活単元学習から系統学習に転換して以降数学の論理的側面が重視され，有用性は比較的後景に追いやられてきた」ことを指摘している。そこで，現実の問題を取り上げ，数学の有用性を体験させることにより，現実の問題解決に数学が役に立つという実感を生徒に持たせることが大切であると主張している。その際に，既に数学的に加工された問題を扱うのではなく，生徒自身が直面する現実の問題を取り上げる必要性を強調している。

(4)　Verschaffel らの研究

Verschaffel ら(1997a)は，数学的モデリング活動の過程を，次のように示している。

(Ⅰ)　現実の問題の状況を理解すること
(Ⅱ)　現実の問題の状況の要素とその要素間の関係の本質を描写している数学的モデルを構成すること
(Ⅲ)　数学的モデルを再構成することや，未知の要素を明らかにするためにそれを操作すること
(Ⅳ)　実用的状況の見地から計算結果を解釈し評価すること
(Ⅴ)　結果を伝えること

彼らは，この数学的モデリング活動の過程は，(Ⅰ)から(Ⅴ)への一方通行ではなく，この過程によって出てきた結果が現実の問題からかけ離れていた場合は，この過程を再循環させる必要があると指摘している。

(5)　佐伯らの研究

佐伯ら(1996)は，数学的モデリング活動を教育活動として実施する際に考慮すべき留意点として，次の四点を挙げている。

① モデリングの実行能力
② 生徒の主体的な活動
③ 生徒の科学の一般論
④ 多くの実験による一般化

①　モデリングの実行能力

誤ったモデルや解釈が生じないようにするためには，数学的モデリング活動の過程を実行する能力を生徒があらかじめ持っていることが必要である。例えば，物理現象を数学的モデリング活動を実行して解析するために必要な能力として，次の 5 つの段階を処理する能力が考えられる。

(Ⅰ)　実データのグラフによる視覚的解釈
(Ⅱ)　数値計算による数学的処理
(Ⅲ)　モデル式作成による数学的処理
(Ⅳ)　モデル式の物理的意味の解釈
(Ⅴ)　モデル式の検討・修正

佐伯らは，高校 2 年生に対する調査において，(Ⅳ)，(Ⅴ)の段階まで到達している生徒の割合が少ないことを明らかにしている。

②　生徒の主体的な活動

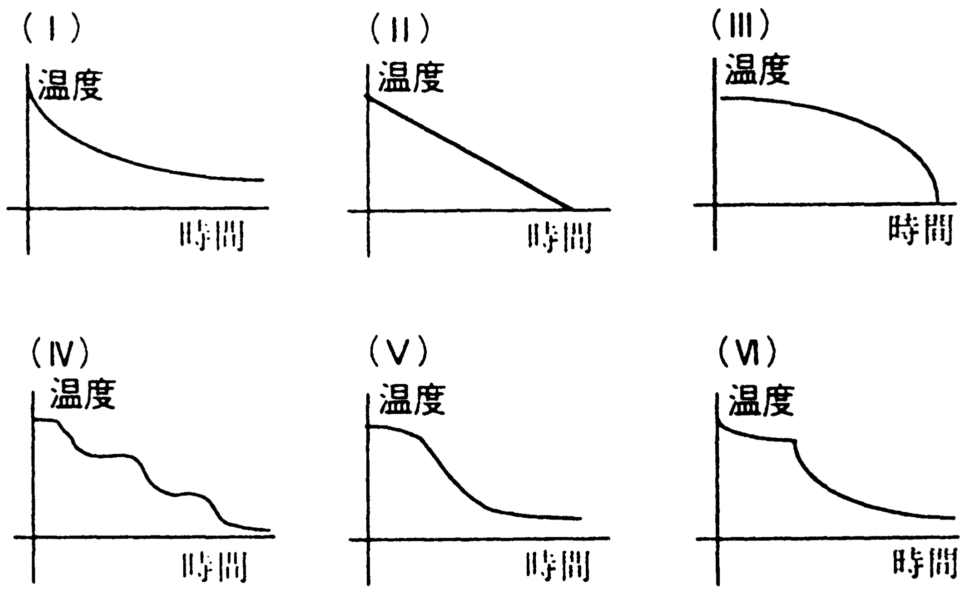
生徒が興味を持って主体的に問題解決に取り組むためには，生徒の側に追及したいと思える目的がなければならない。つまり，生徒が追求したい問題であることが，真

に現実的な問題であるといえるのである。

③　生徒の科学の一般論

生徒が経験的知識による独自の誤った考え方を持っている場合は，その考えを修正することが必要である。

例えば，お湯の冷め方の様子に最も近いのは，図 2-4 に示すグラフのうちのいずれであるか，という質問に対して，正しく（Ⅰ）を選択した高校 1 年生は，52 名中 17 名であったと報告している。このような自然現象に関する知識に誤りがあると，モデリング活動に影響を与える。実験を繰り返したり，教師の助言によって，誤った知識を修正しておく必要がある。



（図 2-4）お湯の冷め方の問題図（佐伯ら，1998，p.11）

④　多くの実験による一般化

実際の授業では，時間の関係上，わずかな回数の実験で，現象の一般化を行おうと試みる。しかし，数少ない実験では，その結果に大きな偏りが生じることもあり，そこから，その現象一般についての判断を行うと，間違った一般化をしてしまう危険性がある。

例えば，確率を扱った授業で，次のようなくじ引きに関する問題を扱うことがある。

「5 人が順番にくじを引く。くじは 4 本がはずれで，1 本だけが当たりである。あなたなら，何番目にくじを引きますか。」

多くの生徒は，この問題に対して様々な考え方をする。例えば，「最初にひくのが得である」と考える生徒もいれば，「後の方が得である」と考える生徒もいる。何回か実験を行い，各順番ごとのあたりの確率を帰納的に求めるとしても，その実験の回数が少なければ，一番目ばかりが当たりになる可能性もある。そうした場合，「くじ引きではいつでも，最初にひくのが得である」と一般化してしまうかもしれない。

第 3 章　文章題に対する現実的な解答についての調査

第１節　「現実的な解答」についての調査（調査1）

(1)調査の概要

　数学的モデリング活動を通して現実の問題を解決するためには，解釈・吟味の段階において，数学的結果を現実的に修正しなければならないことが起こり得る。しかし，第 2 章第 1 節で述べたように，Verschaffel ら(1997a)や Greer(1993)は，文章題に対して数学的結果を修正することなしに非現実的な解答をする生徒が多いことを指摘している。そこで，日本の中学生は文章題解決に際して，どの程度現実的な解答を行うのか調べてみる。

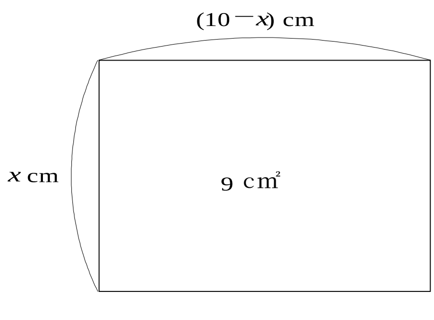
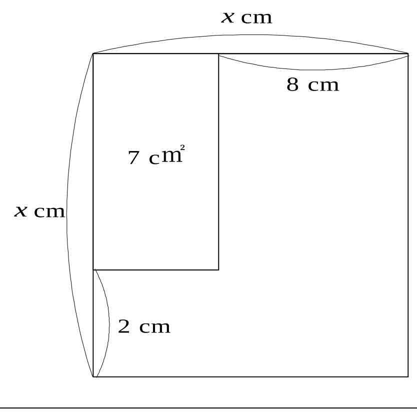
ⅰ) 調査目的

　生徒は，文章題を解くときに，どの程度現実的な解答をするのかを調べる。

ⅱ) 調査問題

　数学的結果を修正せずに現実世界の解答としても妥当な結果になる問題（**A 問題**）と，現実的な解答を導くためには，数学的結果を修正する必要のある問題（**B 問題**）とをそれぞれ 6 問ずつ作成した（表 3-1）。

（表 3-1）調査に使用した文章題

	A問題	**B問題**
問題１ リボン問題と風船問題	リボン問題： 10mのリボンを 4 人で分けると，一人あたり何mになりますか。	風船問題： 10 個の風船を 4 人で分けると，一人あたり何個になりますか。
問題２ 製品製造問題と箱詰問題	製品製造問題： ある工場で，260 個の製品を作ることになりました。その工場では 1 時間あたり 40 個ずつ作ることができます。何時間で製品をそろえることができますか。	箱詰問題： ある工場で，260 個の製品を箱詰めすることになりました。一箱 40 個入りの箱に詰めていくことにすると，箱はいくつ必要になりますか。
問題３ 貯金問題	Aは 7100 円，Bは 3150 円の貯金があります。来月から 2 人とも，毎月 100 円ずつ貯金すると，Aの貯金がBの貯金のちょうど 2 倍になるのは何ヶ月後でしょうか。ただし，貯金の利息は考えないことにします。	Aは 7150 円，Bは 3150 円の貯金があります。来月から 2 人とも，毎月 100 円ずつ貯金すると，Aの貯金がBの貯金のちょうど 2 倍になるのは何ヶ月後でしょうか。ただし，貯金の利息は考えないことにします。
問題４ 二次方程式の問題	長さ 20cm のひもを使って長方形を作ったところ，その面積は $9cm^2$になった。この長方形の縦の長さを求めなさい。  	正方形の縦の長さを 2cm，横の長さを 8cm 短くした長方形を作ると,その面積は $7cm^2$になった。もとの正方形の一辺の長さを求めなさい。 
問題５ 仕事問題	ある畑を一人で耕すと 1 時間で 4 ㎡耕すことができる。では，60 人で 7 月 1 日の正午に作業を始めると，1200 ㎡の畑を耕し終えるのは何月何日の何時になるか求めなさい。	ある畑を一人で耕すと 1 時間で 4 ㎡耕すことができる。では，6 人で 7 月 1 日の正午に作業を始めると，1200 ㎡の畑を耕し終えるのは何月何日の何時になるか求めなさい。
問題６ 追いつき問題	弟が家を出てから 10 分たって，兄が同じ道を追いかけました。弟の歩く速さを毎分 80m，兄の速さを毎分 240 mとすると，兄は出発後何分で弟に追いつくでしょう。	弟が家を出てから 10 分たって，兄が同じ道を追いかけました。弟の歩く速さを毎分 240m，兄の速さを毎分 80 mとすると，兄は出発後何分で弟に追いつくでしょう。

iii) 調査方法

表 3-1 で示した 12 問の文章題を二つに分け，調査用紙Ⅰ，Ⅱを作成した（表 3-2）。

調査時期は 1999 年 12 月，被験者は，京都府公立中学校第 3 学年 64 名である。被験者を二つのグループ（各 32 名）に分け，一つのグループには調査用紙Ⅰのみを，もう一つのグループには調査用紙Ⅱのみを配布した（調査用紙は巻末資料①を参照）。調査時間は 35 分間であり，全ての被験者が問題を解くために充分な時間であった。

（表 3-2）調査用紙の問題順

問題順	調査用紙Ⅰ	調査用紙Ⅱ
1	問題 1（A問題）	問題 1（B問題）
2	問題 2（B問題）	問題 2（A問題）
3	問題 3（A問題）	問題 3（B問題）
4	問題 4（B問題）	問題 4（A問題）
5	問題 5（A問題）	問題 5（B問題）
6	問題 6（B問題）	問題 6（A問題）

(2)結果と分析

ｉ) 問題ごとの結果と分析

問題ごとに，生徒がどのように答えたかを表 3-3 から表 3-11 に示す。それに基づき考察を行う。

問題 1：リボン問題と風船問題

（表 3-3）問題 1 に対する生徒の解答

リボン問題（A問題）		風船問題（B問題）	
解答	人数（%）	解答	人数（%）
2.5m	29(91)	2.5 個	13(41)
2m	0(0)	2 個	17(53)
その他	1(3)	その他	2(6)
無答	1(3)	無答	0(0)
白紙	1(3)	白紙	0(0)
合計	32(100)	合計	32(100)

風船問題（B問題）において，被験者 32 人中 13 人が「2.5」という数学的結果を修正することなしにそのまま「2.5 個」と解答している。それに対して，32 人中 17

人が「2.5」を修正して「2 個」と解答している。「その他」は計算間違いである。

なお，「無答」は何らかの内容を記述してはいるが，答を書いていない生徒であり，「白紙」は何も書いていない生徒である（以下同様）。

<u>問題 2：製品製造問題と箱詰問題</u>

（表 3-4）問題 2 に対する生徒の解答

製造問題（A問題）		箱詰問題（B問題）	
解答	人数（%）	解答	人数（%）
6.5 時間	25(78)	6.5 箱	8(25)
7 時間	2(6)	7 箱	14(44)
6 時間	0(0)	6 箱	3(9)
		6 箱と 5 個	1(3)
その他	5(16)	その他	3(9)
無答	0(0)	無答	1(3)
白紙	0(0)	白紙	2(6)
合計	32(100)	合計	32(100)

箱詰問題（B問題）において，被験者 32 人中 8 人が「6.5」という数学的結果を修正せずに「6.5 箱」と答えた。それに対して，「7 箱」，「6 箱」，「6 箱と 5 個」と答えた生徒は，「6.5」をそのまま解答とせずに何らかの修正を行ったと思われる。つまり，被験者 32 人中 18 人が数学的結果の修正を行った。「その他」は「65」や「60.5」などの計算間違いである。

問題 3：貯金問題

（表 3-5）問題 3 に対する生徒の解答

A問題		B問題	
解答	人数（%）	解答	人数（%）
8 ヶ月後	11(34)	8.5 ヶ月後	8(25)
9 ヶ月後	3(9)	2 倍にはならない	6(19)
		9 ヶ月後	1(3)
		8 ヶ月後	1(3)
その他 12 ヶ月後 7 ヶ月後	2(6)	その他 7.5 ヶ月後 8 ヶ月と 5 日後 40 ヶ月後	3(9)
無答	5(16)	無答	8(25)
白紙	11(34)	白紙	5(16)
合計	32(100)	合計	32(100)

筆者は，この問題を作成した段階では多くの生徒が方程式を利用して数学的結果を求めるであろうと考えていた。しかし，実際には，生徒は，解決手段として様々な手段（対応表の利用，数値計算など）を使用している。対応表の利用や，数値計算によって解答している場合，どの段階で数学的結果の修正が行われているのかを調査用紙の上からは判断することが困難である。例えば，対応表を利用した解答の場合，対応表から「ちょうど 2 倍になるときはない」ということを読みとることができる。そのため，「8.5 ヶ月後」が現実的な解答ではないことに気付いているかどうかを，調査用紙からは判断することができない。

そのため，このＢ問題に関しては，「$7150+100x=2(3150+100x)$」等の方程式を立式し，数学的結果 $x=8.5$ を求めた後に解答を書いている生徒のみを分析の対象とする（表 3-6）。

（表 3-6）Ｂ問題で数学的結果を「8.5」と求めた生徒の解答

解答	人数（%）
8.5 ヶ月後	8(67)
2 倍にはならない	1(　8)
9 ヶ月後	1(　8)
8 ヶ月後	1(　8)
8 ヶ月と 5 日	1(　8)
合計	12(100)

これらの生徒 12 人中 8 人が数学的結果の修正を行わず「8.5 ヶ月」と解答した。残りの 4 人は何らかの修正を行った。

問題 4：二次方程式の問題

（表 3-7）問題 4 に対する生徒の解答

解答	Ａ問題	Ｂ問題
	人数（%）	人数（%）
1cm と 9cm	11(34)	0(　0)
1cm	10(31)	1(　3)
9cm	3(　9)	17(53)
その他	3(　9)	8(25)
無答	4(13)	3(　9)
白紙	1(　3)	3(　9)
合計	32(100)	32(100)

問題 3 と同様の理由で，Ｂ問題において「$(x-8)(x-2)=7$」等の二次方程式を立式し，数学的結果「$x=1,\ 9$」を求めた生徒のみを分析の対象とする（表 3-8）。なお，その他は，計算間違いである。

（表 3-8）Ｂ問題で数学的結果「$x=1,\ 9$」を求めた生徒の解答

解答	人数（%）
1cm と 9cm	0(　0)
9cm	12(100)
合計	12(100)

「$x=1,\ 9$」と正しく数学的結果を求めた 12 人全員が数学的結果の修正を行い，

「9cm」と答えた。

問題 5：仕事問題

（表 3-9）問題 5 に対する生徒の解答

A問題		B問題	
解答	人数（%）	解答	人数（%）
7 月 1 日午後 5 時	19(59)	7 月 3 日午後 2 時	16(50)
その他 7 月 12 日 12 時 (2 人) 7 月 1 日午後 4 時 (1 人) 7 月 3 日夜 12 時 (1 人)	4(13)	その他 7 月 3 日午前 10 時 (3 人) 7 月 1 日 12 時 30 分 (1 人) 7 月 2 日午前 8 時 (1 人) 7 月 3 日午後 3 時 (1 人) 7 月 4 日 2 時 (1 人) 8 月 12 日 12 時 (1 人) 7 月 12 日 10 時 (1 人) 7 月 13 日午後 5 時 (1 人) 7 月 13 日午前 0 時 (1 人)	11(34)
無　答	3(　9)	無　答	3(　9)
白　紙	6(19)	白　紙	2(　6)
合　計	32(100)	合　計	32(100)

※その他の解答の（ ）内はその解答をした生徒の人数

B問題において解答を記述した 27 人のうち 16 人が「7 月 3 日午後 2 時」と数学的結果を修正することなしに解答した。また，残りの 11 人は「50 時間後」を日数に換算する際に誤りを犯しただけで, これらの生徒も数学的結果の修正は行っていない。つまり，解答した全員が数学的結果の修正を行わなかった。

問題 6：追いつき問題

（表 3-10）問題 6 に対する生徒の解答

A 問題		B 問題	
解答	人数（%）	解答	人数（%）
5 分	12(38)	−15 分	1(　3)
追いつけない	1(　3)	追いつけない	7(22)
		「−15 分」と「追いつけない」を併記	1(　3)
その他	7(22)	その他	9(28)
無答	0(　0)	無答	1(　3)
白紙	12(38)	白紙	13(41)
合計	32(100)	合計	32(100)

問題 3，4 と同様の理由で，方程式を利用し数学的結果を正しく求めた生徒のみを分析の対象とする（表 3-11）。なお，「その他」は 3 分，30 分，13 分などの解答である。

（表 3-11）Ｂ問題で数学的結果「x＝－15」を求めた生徒の解答

解答	人数（%）
－15 分	1(25)
追いつけない	3(75)
合計	4(100)

方程式を利用し，「x＝－15」と数学的結果を求めた生徒が 4 人と少なかったため，ここから一般的な傾向を読みとることは難しい。表 3-11 の「追いつけない」と解答した 3 人は方程式の解として「x＝－15」を出したあとで数学的結果の修正を行っている。

ⅱ) 問題による修正の割合の違い

問題の違いにより，生徒が数学的結果の修正を行う割合に差が生じた。数学的結果を正しく求めた生徒が 4 人と少なかった問題 6 を除いて，問題ごとの修正の割合を表 3-12 に示す。

（表 3-12）Ｂ問題において生徒が数学的結果を修正した割合

問　題	修正の割合 %（修正者/被験者）
1．風船問題	56（18 / 32）
2．箱詰問題	69（18 / 26）
3．貯金問題	33（ 4 / 12）
4．二次方程式の問題	100（12 / 12）
5．仕事問題	0（ 0 / 27）

このように，問題によって修正の割合に差が生じたことについて，二つの原因を考えることができる。

一つ目は，Saljo(1991)の指摘する「文章題には書かれていない前提条件が存在している」ことと関連する。調査で使用したＢ問題については，表 3-13 のような書か

れていない前提条件が存在しているものと考えられる。

（表 3-13）B問題の書かれていない前提条件

文章題	書かれていない前提条件
1：風船問題	風船の個数は整数値である
2：箱詰問題	箱の個数は整数値である 余った製品のためにも 1 箱必要になる
3：貯金問題	月数は整数値である
4：二次方程式の問題	もとの長さは切り取った長さより長い
5：仕事問題	人は 50 時間不眠不休で作業を行うことはできない
6：追いつき問題	追いつくまでの時間は正である

このように，文章題には様々な書かれていない前提条件が存在する。その条件の中には，生徒が気づきやすい条件と気づきにくい条件があり，このことが問題によって数学的結果の修正の割合に差を生じさせている原因と考えられる。例えば，問題 5 では数学的結果の修正を行った生徒がいなかったのに対して，問題 1，2 では修正を行った生徒の割合が高かった（表 3-12）。この差が生じた原因としては，問題 1，2 の「風船や箱は 0.5 個や 0.3 箱のように分割できない」ということには生徒は気づきやすいが，問題 5 の「人が 50 時間不眠不休で作業を行うことは現実的ではない」ということは気づきにくいということが考えられる。もっとも，問題 5 では，上記のことに気づいていたとしても，どのように修正してよいかがわからないので，仕方なく修正せずに解答したということも考えられる。

二つ目は，問題 3 と問題 4 の間で解の修正の割合に差が生じたことに関連する。すなわち，一次方程式を利用する文章題と二次方程式を利用する文章題との学習経験の違いが，解の修正の割合に関係しているのではないかということである。ある教科書では，一次方程式を利用して解く文章題のほとんどが，方程式の解をそのまま解答とする問題である。それに対して，二次方程式を利用して解く文章題では，方程式の二つの解のうち一方だけを解答とする問題が多い。実際の指導においても，二次方程式を利用する問題 4 のB問題のようなタイプの問題は練習させるが，一次方程式を利用する問題 3 のB問題のようなタイプの問題の練習はあまりさせていない。つまり，生徒は二次方程式を利用した問題について数学的結果の吟味を練習しているが，一次方程式を利用した問題については，その練習をほとんどしていない。このことが問題 3 と問題 4 の間の修正の割合に差を生じさせる原因として考えられる。

第 2 節　現実的な解答と現実世界の知識の関係についての実態調査（調査 2）

(1)　調査の概要

第 2 章第 1 節で述べたように，先行研究において，「生徒は，文章題解決に際して非現実的な解答をする傾向がある」ということが指摘されている。また，第 3 章第 1 節の調査結果から，日本の中学生も，先行研究と同様に，非現実的に解答をする傾向があることが確認できた。

しかし，非現実的な解答をする生徒が，必要となる現実世界の知識を保有しているにも関わらずそれを活用することなく解答したのか，それとも，そもそも現実的に解答するために必要な現実世界の知識を保有していなかったのか，この点は先行研究では明らかにされていない。Verschaffel ら(1997a)は，生徒が文章題に対して非現実的な解答をする傾向があることについて，次のように指摘している。

> 《いくつかの状況において，生徒が現実的な解答を行わなかったということは，現実世界の知識の一部を適用しないことによってよりむしろ，問題に含まれた文脈についての知識が不足していることによって引き起こされたのかもしれない。》(p.598)

例えば，「10 個のベーゴマを 4 人で均等に分けたい。一人あたり何個のベーゴマがもらえるか」という問題に対して，「一人あたり 2.5 個のベーゴマがもらえる」と非現実的な解答を行っている生徒がいたとする。もし，この生徒が，ベーゴマとはどういうものかということを知っていたならば，彼は，現実世界の知識を活用できなかったことになる。それに対して，もし，この生徒がベーゴマというものを知らなければ，彼の解答が非現実的であると決めつけるわけにはいかないことになる。

そこで，調査 2 では，文章題に対する現実的な解答と現実世界の知識の有無との関係を調べることにした。その際に，現実世界の知識に基づいて計算結果を吟味・修正する必要のある文章題と，その文章題を解決するために必要な現実世界の知識を直接問う問題（以下，**現実知識問題**とよぶ）を用いた。

ⅰ) 調査目的

1. 現実世界の知識に基づいて解の修正が必要な文章題を解くときに，生徒は現実世界の知識を活用してどの程度現実的な解決を行うのかを調べる。
2. 文章題に対する現実的な解答と現実世界の知識の有無との間にどのような関係があるかを調べる。
3. 2.の分析により何らかの関係がみられた場合，それらは被験者の学力の差によって違いが生じるかどうかを調べる。

ⅱ) 調査問題

1.文章題と現実知識問題

解決の際に現実世界の知識に基づいて計算結果を吟味・修正する必要のある文章題を 10 題作成した。また，各文章題を解く際に必要と思われる現実世界の知識を直接的に問うための現実知識問題を 7 題作成した（表 3-14）。

問題ⅠＡ，ⅠＢは，解答を求めるために割り算を行うと，余りが生じる文章題である。現実世界でこのような状況が生じた場合，商に 1 を加えて解答にする必要がある。例えば，問題ⅠＢ「ある工場で，260 個の製品を箱詰することになりました。一箱 40 個入りの箱に詰めていくことにすると，箱はいくつ必要になりますか」では，製品を 6 つの箱に詰めたあと，残った 20 個の製品のためにもう一箱用意する必要がある。現実知識問題では，このように，「余ったもの（例えば，製品や人）のためにも，もう一つ余分に入れ物（例えば，箱やバス）を用意しなければならない」という現実世界の知識を知っているかどうかをたずねている。

問題ⅡＡ，ⅡＢは，共通の要素を持つ可能性のある二つの集合に関する文章題である。例えば，問題ⅡＢ「40 人のクラスで，塾に通っている生徒は 25 人，ピアノを習っている生徒は 8 人である。塾にもピアノを習いにも行ってない生徒は何人か」では，塾に通っている生徒がピアノも習いに行っている可能性がある。したがって，両方に通っている生徒の人数が明示されていなければ，求める人数は特定できない。現

実知識問題では，二人の持ってきたクレヨンの色が重なっている可能性のあることに気づいているかどうかをたずねている。

問題ⅢA，ⅢBは，正比例の関係を仮定して文章題を解いた場合，その解答が現実的な解答にならないような状況を扱っている。例えば，問題ⅢA「ある畑を一人で耕すと 1 時間で 4 ㎡耕すことができる。では，10 人で耕し始めると，960 ㎡の畑を耕し終えるのは何時間後になるか」では，労働時間と作業面積の間に正比例の関係を仮定すれば，24 時間後という解答が得られる。しかし，この正比例関係を仮定するためには，「24 時間という長時間，4 ㎡／時間の同じペースで働き続けなければならない」等の条件が必要となるが，これは現実的ではない。現実知識問題では，100m のベストタイムのペースを維持しながら，400m を走り続けることができるかどうかをたずねている。

問題Ⅳは，現実には起こり得ない状況を示している。つまり，追いかける人よりも追いかけられる人の方が速く進むため，いつまでたっても追いつくことはない問題である。現実知識問題では，速い車に遅い車が追いつけるかどうかをたずねている。

問題Ⅴは，二つの変数が階段関数（単調増加で区間ごとに一定な値をとる関数）になる状況の文章題である。郵便料金は，郵便の重さがある基準以下のときの料金が設定されている（例えば，50g 以下では 120 円)。現実知識問題では，タクシー料金を題材にして，ある基準値までは料金は一定であるという知識を保有しているかどうかをたずねている。

問題Ⅵは，問題ⅢA，ⅢBと同様に正比例の考え方が使用できない状況の問題である。この問題は，物体が空気中では終端速度以上には速く落下することはできないため，正比例の考え方を用いても現実的な解答とならない問題である。現実知識問題は，終端速度についての知識を保有しているかどうかをたずねている。

問題Ⅶは，問題ⅢA，ⅢB，Ⅵと同様に正比例の考え方が使用できない状況の問題である。この問題では，かかった時間と観覧車のゴンドラの高さが正比例しない。現実知識問題では，観覧車の高さが時間に正比例しないことを知っているかどうかをたずねている。

（表 3-14）調査に使用した文章題及び現実知識問題

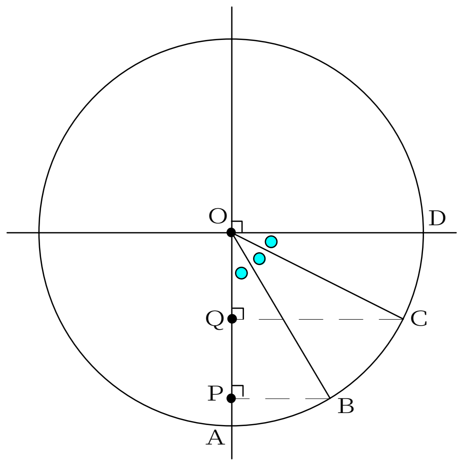
<table>
<tr><th colspan="3">文章題</th><th colspan="2">現実知識問題</th></tr>
<tr><td rowspan="2">I</td><td>A</td><td>ある学校で，260 人がバスで遠足に行くことになった。一台 40 人乗りのバスで行くことにすると，バスは何台必要になるか。</td><td rowspan="2">[1]</td><td rowspan="2">たくや君は明日から北海道旅行に行きます。旅行にはいつも聴いている CD を 10 枚持っていくことにしています。ところが，CD ケース 1 個には 6 枚しか CD を入れることができません。全部の CD を CD ケースに入れて持っていくためには，たくや君は何個の CD ケースを用意しなければいけないでしょう。
答え＿＿＿＿＿＿</td></tr>
<tr><td>B</td><td>ある工場で，260 個の製品を箱詰することになりました。一箱 40 個入りの箱に詰めていくことにすると，箱はいくつ必要になりますか。</td></tr>
<tr><td rowspan="2">II</td><td>A</td><td>A君には 12 人の友人がいる。同じクラスのB君には 19 人の友達がいる。A君とB君は合同で誕生日パーティーを開くことに決めた。それぞれが友達全員を招待し，招待した全員がパーティーに参加した。パーティーに参加した友達は全部で何人か。</td><td rowspan="2">[2]</td><td rowspan="2">徹君と修司君は 2 人で協力して 1 枚の絵を描こうと思っています。徹君はクレヨンを 3 色持ってきて，修司君はクレヨンを 2 色持ってきました。2 人は何色の色のクレヨンを使って絵を描くことができたでしょうか。
次の中で可能性のあるものを選び○印をつけなさい。また，それを選んだわけを説明してください。（あてはまるものが複数ある時は全てに○印をつけなさい。）
① 2 色だけ使うことができた
② 3 色だけ使うことができた
③ 4 色だけ使うことができた
④ 5 色だけ使うことができた
⑤ その他（具体的に：　　　　）
選んだわけ（　　　　　　　）</td></tr>
<tr><td>B</td><td>40 人のクラスで，塾に通っている生徒は 25 人，ピアノを習っている生徒は 8 人である。塾にもピアノを習いにも行ってない生徒は何人か。</td></tr>
<tr><td rowspan="2">III</td><td>A</td><td>ある畑を一人で耕すと 1 時間で 4 ㎡耕すことができる。では，10 人で耕し始めると，960 ㎡の畑を耕し終えるのは何時間後になるか。</td><td rowspan="2">[3]</td><td rowspan="2">ある陸上選手の 100m 走のベストタイムは 10 秒です。この陸上選手は，400mを 40 秒で走ることができますか。次の中から一つ選び○印をつけなさい。また，それを選んだわけを書いてください。
① 走ることができる
② 走ることはできない
③ 問題の意味が分らない
選んだわけ（　　　　　　　）</td></tr>
<tr><td>B</td><td>ある電気自動車はフル充電の状態から 400km 走行することができる。この電気自動車で 1000km 離れた場所に向かうことにする。時速 100km で走行すると何時間後に目的地に到着できるか。</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>Ⅳ</td>
<td>弟が家を出てから 10 分たって，兄が同じ道を追いかけた。弟の進む速さを毎分 240m，兄の進む速さを毎分 80mとすると，兄は出発後何分で弟に追いつくか。</td>
<td>[4]</td>
<td>時速 100km で走行しているスポーツカーを，軽自動車で追いかけます。軽自動車が出すことができる最高速度が時速 70km のとき，軽自動車はスポーツカーに追いつけますか。ただし，スポーツカーは時速 100km よりもゆっくり走行することはないとします。次のいずれかを選び○印をつけなさい。また，それを選んだわけを説明してください。
① 追いつくことができる
② 追いつくことはできない
③ 問題の意味が分からない
選んだわけ（　　　　　　　　）</td>
</tr>
<tr>
<td>Ⅴ</td>
<td>表は，手紙（封書）を送る時にかかる郵便料金を示している。太郎君の手紙は 120 円で送ることができた。花子さんの手紙は太郎君の手紙の 5 倍の重さである。花子さんの手紙の郵便料金として考えられる最も安い料金はいくらか答えなさい。

＜郵便料金表＞
25g 80 円
50g 120 円
75g 140 円
100g 160 円
150g 200 円
200g 240 円
250g 270 円
500g 390 円
750g 600 円
1000g 850 円</td>
<td>[5]</td>
<td>タクシー料金はタクシーが走った距離によって決まります。ある地域のタクシーは 2km 走るごとに 500 円ずつ料金が上がっていきます。
恵子さんが駅から家までタクシーに乗ると，タクシー料金は 1000 円でした。では，駅から恵子さんの家までの距離として考えられるものに，○印をつけてください。あてはまるものが複数ある場合は全てに○印をつけてください。

① 0km～1km
② 1km～2km
③ 2km～3km
④ 3km～4km
⑤ 4km より遠い</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr><td>Ⅵ</td><td>真空中でボールを落とすと，落ち始めてから t 秒後のボールの速さ v(m/秒)は, およそ $v=10t$ の関係が成り立つ。次の問題に答えなさい。
(1) ビルの屋上からボールを落とすと，2 秒後のボールの速さは秒速何 m か。
(2) 上空の飛行機からボールを落とすと，200 秒後のボールの速さは秒速何m か。</td><td>[6]</td><td>雨は雨雲から地上に降ってきます。雨雲には高度が高い雲と低い雲があります。高い雲から降ってきた雨粒と低い雲から降ってきた雨粒について，地上での速さを比較するとどうなるでしょう。次の中から選び，いずれか一つに○印をつけなさい。また，それを選んだわけを説明してください。
① 高い雲から降ってきた雨粒の方が速い
② 低い雲から降ってきた雨粒の方が速い
③ どちらの雲から降ってきた雨粒も同じ速さである
④ その他（具体的に：　　　　　）
選んだわけ（　　　　　　　　　　）</td></tr>
<tr><td>Ⅶ</td><td>ある遊園地に，30 分間で一周する観覧車がある。その観覧車に乗ってから 5 分後には，地上からの高さが 10m になった。では，最も高い位置は地上から何 m になるか。</td><td>[7]</td><td>図のように，円 O の円周上に
∠AOB＝∠BOC＝∠COD＝30°
になるように点 A，B，C，D をとります。点 B から AO に下した垂線の足を P，点 C から AO に下した垂線の足を Q とすると，PQ の長さと OQ の長さの関係を表わす式として正しいものを一つ答えてください。

① PQ＞OQ
② PQ＝OQ
③ PQ＜OQ
</td></tr>
</table>

2.基準問題

学力別の分析を行うために，生徒の学力を測る必要がある。そのために，表 3-15 で示す計算問題（以下，**基準問題**とよぶ）を作成した。基準問題 2-1，3-1 は，国立教育研究所(1996)が平成 7 年 2 月に全国の各々約 5000 名の 2，3 年生を対象に調査を行った際に使用した問題である。その際の正答率は，2 年生に出題した基準問題 2-1 が 86.8%，3 年生に出題した基準問題 3-1 が 45.9%であった。これに加えて，2 年生に出題するための連立方程式の解を求める問題（基準問題 2-2）と 3 年生に出題するための二次方程式の解を求める問題（基準問題 3-2）を作成した。

（表 3-15）学力測定のための基準問題

<table>
<tr><th>2 年生</th><th>3 年生</th></tr>
<tr><td>（基準問題 2-1）
次の式の答えとして正しいものを選び，〇印をつけなさい。
$\frac{3}{4}+\frac{8}{3}+\frac{11}{8}$
（選択肢）
① $\frac{22}{15}$　② $\frac{43}{24}$
③ $\frac{91}{24}$　④ $\frac{115}{24}$
（国立教育研究所，1996，p.234）</td><td>（基準問題 3-1）
点（3，2），（4，4）を通る直線がグラフにあります。その直線上にある点は，次のどれですか。あてはまるものに〇印をつけなさい。
（選択肢）
①（1，1）　②（2，1）
③（5，6）　④（6，3）
⑤（6，5）
（国立教育研究所，1996，p.225）</td></tr>
<tr><td>（基準問題 2-2）
次の連立方程式の解を求めなさい。
$5(x+2)+7y=-3$
$9y-4(x+y)=-32$</td><td>（基準問題 3-2）
次の方程式の解を求めなさい。
$(x+1)^2+6(x+1)-16=0$</td></tr>
</table>

iii）調査方法

（調査用紙 1）

表 3-14 に示した文章題の中の 5 問と表 3-15 で示した基準問題 2 問の計 7 問を使用して，4 種類の調査用紙を作成した。それぞれの調査用紙に使用した文章題，基準問題とその出題順は表 3-16 に示す。

（表 3-16）調査用紙 1 の問題順

問題順	2 年生		3 年生	
	調査用紙 1-2A	調査用紙 1-2B	調査用紙 1-3A	調査用紙 1-3B
1	Ⅰ A	Ⅰ B	Ⅰ A	Ⅰ B
2	**基準問題 2-1**	**基準問題 2-1**	**基準問題 3-1**	**基準問題 3-1**
3	Ⅱ A	Ⅱ B	Ⅱ A	Ⅱ B
4	Ⅳ	Ⅴ	Ⅳ	Ⅴ
5	Ⅲ A	Ⅲ B	Ⅲ A	Ⅲ B
6	**基準問題 2-2**	**基準問題 2-2**	**基準問題 3-2**	**基準問題 3-2**
7	Ⅵ	Ⅶ	Ⅵ	Ⅶ

（調査用紙 2）

また，表 3-14 に示した現実知識問題の中の 5 問を使用して，4 種類の調査用紙を作成した。それぞれの調査用紙に使用した現実知識問題とその出題順は表 3-17 に示す。（実際に使用した調査用紙は巻末資料の②で示す。）

（表 3-17）調査用紙 2 の問題順

問題順	2 年生		3 年生	
	調査用紙 2-2A	調査用紙 2-2B	調査用紙 2-3A	調査用紙 2-3B
1	[1]	[1]	[1]	[1]
2	[2]	[2]	[2]	[2]
3	[4]	[5]	[4]	[5]
4	[3]	[3]	[3]	[3]
5	[6]	[7]	[6]	[7]

（調査時期・対象）

調査時期は 2000 年 7 月，調査対象は兵庫県公立中学校 3 年生 67 名，2 年生 55 名及び京都府公立中学校 3 年生 30 名，2 年生 29 名である。表 3-18 のように被験者を

各学年ごとに二群に分け，各群ごとに異なる調査用紙を配布した。

（表 3-18）調査対象の各群ごとの人数と配布した調査用紙

		2 年生			3 年生		
		A群	B群	合計	A群	B群	合計
合計		41 名	43 名	84 名	49 名	48 名	97 名
内訳	兵庫県公立中学校	27 名	28 名	55 名	34 名	33 名	67 名
	京都府公立中学校	14 名	15 名	29 名	15 名	15 名	30 名
配布した調査用紙		1-2A 2-2A	1-2B 2-2B		1-3A 2-3A	1-3B 2-3B	

（実施方法）

調査用紙 1 を配布して 30 分間で解答させた。調査用紙 1 を回収した後，調査用紙 2 を配布し，15 分間で解答させた。

調査時間は全問題を解答するために充分な時間であった。

ⅳ）生徒の解答の判定基準

1. 文章題に対する現実的な解答の判定基準

それぞれの文章題において，生徒が現実的に解答しているかどうかを判定するために，あらかじめ「現実的な解答」の基準を定めておく必要がある。その基準を表 3-19 のように定め，「現実的な解答の基準」欄のいずれかの項目にあてはまる場合，「現実的な解答」であると判断する。

例えば，問題ⅡB「40 人のクラスで，塾に通っている生徒は 25 人，ピアノを習っている生徒は 8 人である。塾にもピアノを習いにも行ってない生徒は何人か」では，「7 人以上 15 人以下」と解答した生徒だけではなく，両方に通っている生徒が存在する可能性を指摘していたり，人数は特定できないという趣旨の記述をしている生徒は現実的に考慮していると考え，「現実的な解答」を行っていると判定することにした。

（表 3-19）文章題に対する現実的な解答の判定基準

<table>
<tr><th colspan="2">問題</th><th>現実的な解答の判定基準</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Ⅰ</td><td>A</td><td>「7台」と解答したもの</td></tr>
<tr><td>B</td><td>「7箱」と解答したもの</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Ⅱ</td><td>A</td><td rowspan="2">・該当する人数を特定の値ではなく，範囲を示して解答したもの
・理由を述べて，「わからない」，「特定できない」等と解答したもの
・A問題で，「共通の友人がいる」可能性を指摘したもの
B問題で，「両方に通っている生徒がいる」可能性を指摘したもの</td></tr>
<tr><td>B</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Ⅲ</td><td>A</td><td rowspan="2">・必要となる時間を特定の値ではなく，範囲を示して解答したもの
・理由を述べて，「わからない」，「特定できない」等と解答したもの
・A問題で，長時間にわたって同じペースで働き続けることができないことを指摘したもの
B問題で，目的地まで時速 100km の速さで走り続けることができないことを指摘したもの
・B問題で，理由を述べて，「目的地までたどり着けない」等と解答したもの</td></tr>
<tr><td>B</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ⅳ</td><td>「追いつけない」，「追いつかない」等と解答したもの</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ⅴ</td><td>「200円」と解答したもの</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ⅵ</td><td>・理由を述べて，「わからない」等と解答したもの
・終端速度について記述しているもの</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ⅶ</td><td>「40m」と解答したもの</td></tr>
</table>

2. 現実知識問題に対する現実的な解答の判定基準

現実知識問題に対する解答を分析することによって，生徒は文章題を現実的に解決するために必要な現実世界の知識を保有しているかどうかを判定した。文章題の場合と同様に，表 3-20 に示す判定基準のいずれかにあてはまるとき，生徒はその現実世界の知識を保有していると判定する。

（表 3-20）現実知識問題に対する判定基準

問題	現実世界の知識を保有しているかどうかの判定基準
[1]	「2 個」と答えたもの
[2]	・「② 3 色」,「③ 4 色」,「④ 5 色」を全て選択したもの ・「② 3 色」,「③ 4 色」,「④ 5 色」のいずれか一つを選択したものの内で，次の理由を述べているもの 「二人の持ってきた色が重なっている」 「一色だけ重なった」 「二人であらかじめ持ってくる色を相談して決めていた」
[3]	「② 走ることはできない」を選択したもの
[4]	「② 追いつくことはできない」を選択したもの
[5]	「③ 2km～3km」と「④ 3km～4km」を共に選択したもの
[6]	「③ どちらの雲から降ってきた雨粒も同じ速さである」を選択したもの
[7]	「③ ＰＱ＜ＯＱ」を選択したもの

(2) 結果と分析

ｉ）問題ごとの文章題に対する解答と現実知識問題に対する解答

文章題に対する解答及び現実知識問題に対する解答を，それぞれの解答ごとに集計した。2 年生の結果を表 3-21 に，3 年生の結果を表 3-22 に示す。

（表 3-21）調査問題に対する解答(2 年生)

問題		文章題			現実知識問題		
		解 答		人(%)	解 答		人(%)
Ⅰ	A	現実的	7 台	31(76)	保有	2 個	37(90)
		非現実的	6.5 台	3(7)	非保有	5 個	1(2)
			4 台	2(4)	白 紙		3(7)
			5 台	1(2)	合 計		41(100)
		無 答		0(0)			
		白 紙		4(10)			
		合 計		41(100)			
	B	現実的	7 箱	22(51)	保有	2 個	40(93)
		非現実的	6.5 箱	7(16)	非保有	3 個	1(2)
			6 箱	6(14)	白 紙		2(5)
			66 箱	2(5)	合 計		43(100)
		無 答		4(9)			
		白 紙		2(5)			
		合 計		43(100)			
Ⅱ	A	現実的	19 人から 31 人	2(5)	保有	3，4，5 色	8(20)
			31 人(理由あり)	2(5)		4 色(理由あり)	3(7)
			わからない(理由あり)	1(2)		3 色(理由あり)	1(2)
						5 色(理由あり)	1(2)
			19 人以上	1(2)	非保有	5 色(理由なし)	16(42)
		非現実的	31 人	25(61)		2，3，4，5 色	5(12)
			29 人	4(10)		3 色(理由なし)	2(5)
			33 人	1(2)		4 色(理由なし)	1(2)
			32 人	1(2)		3，5 色	1(2)
			24 人	1(2)	白 紙		3(7)
		無 答		0(0)	合 計		41(100)
		白 紙		3(7)			
		合 計		41(100)			
	B	現実的	7 人から 15 人	4(9)	保有	3，4，5 色	7(16)
			わからない(理由あり)	2(5)		3 色(理由あり)	5(12)
						5 色(理由あり)	2(5)
		非現実的	7 人	32(74)		4 色(理由あり)	1(2)
			17 人	2(5)	非保有	5 色(理由なし)	18(42)
			8 人	1(2)		2，3，4，5 色	5(12)
		無 答		1(2)		4 色(理由なし)	2(5)
		白 紙		1(2)		3，5 色	1(2)
		合 計		43(100)	白 紙		2(5)
					合 計		43(100)

問題		文章題			現実知識問題		
		解 答		人(%)	解 答		人(%)
III	A	現実的		0(0)	保有	走ることはできない	25(61)
		非現実的	24 時間後	31(76)			
			4 時間後	1(2)	非保有	走ることができる	14(34)
			96 時間後	1(2)			
			195 時間後	1(2)	問題の意味が分からない		1(2)
		無 答		1(2)	白 紙		1(2)
		白 紙		6(15)	合 計		41(100)
		合 計		41(100)			
	B	現実的	10 時間以上	2(5)	保有	走ることはできない	32(74)
			到着できない	4(10)			
			わからない (理由あり)	1(2)	非保有	走ることはできる	10(23)
		非現実的	10 時間後	17(40)	意味がわからない		0(0)
			2 時間半	3(7)	白 紙		1(2)
			6 時間後	1(2)	合 計		43(100)
		無 答		2(5)			
		白 紙		13(30)			
		合 計		43(100)			
IV		現実的	追いつけない 追いつかない	17(42)	保有	追いつくことはできない	30(73)
		非現実的	30 分後	6(15)	非保有	追いつくことができる	8(20)
			3 分後	1(2)			
			15 分後	2(5)		わからない	0(0)
			－10 分後	6(15)	白 紙		3(7)
		無 答		1(2)	合 計		41(100)
		白 紙		8(20)			
		合 計		41(100)			
V		現実的	200 円	6(14)	保有	③，④	3(7)
		非現実的	270 円	28(65)	非保有	④	14(33)
			600 円	4(9)		④，⑤	8(10)
			250 円	2(5)		⑤	7(16)
		無 答		1(2)		③	4(10)
		白 紙		2(5)		②	3(7)
		合 計		43(100)		①～⑤	2(5)
						②③④	1(2)
					白 紙		1(2)
					合 計		43(100)

<table>
<tr><th rowspan="2">問題</th><th colspan="3">文章題</th><th colspan="3">現実知識問題</th></tr>
<tr><th colspan="2">解 答</th><th>人(%)</th><th colspan="2">解 答</th><th>人(%)</th></tr>
<tr><td rowspan="8">Ⅵ</td><td>現実的</td><td>わからない
(理由あり)</td><td>2(5)</td><td rowspan="2">保有</td><td rowspan="2">どちらの雲から落ちた雨粒も同じ速さ</td><td rowspan="2">5(12)</td></tr>
<tr><td rowspan="3">非現実的</td><td>2000m/s</td><td>23(56)</td></tr>
<tr><td>200m/s</td><td>1(2)</td><td rowspan="4">非保有</td><td rowspan="2">高い雲から落ちた方が速い</td><td rowspan="2">24(59)</td></tr>
<tr><td>400m/s</td><td>1(2)</td></tr>
<tr><td colspan="2">無 答</td><td>1(2)</td><td rowspan="2">低い雲から落ちた方が速い</td><td rowspan="2">7(17)</td></tr>
<tr><td colspan="2">白 紙</td><td>13(32)</td></tr>
<tr><td colspan="2">合 計</td><td>41(100)</td><td colspan="2">白 紙</td><td>5(12)</td></tr>
<tr><td colspan="3"></td><td colspan="2">合 計</td><td>41(100)</td></tr>
<tr><td rowspan="7">Ⅶ</td><td>現実的</td><td>40m</td><td>0(0)</td><td>保有</td><td>PQ<OQ</td><td>12(28)</td></tr>
<tr><td rowspan="3">非現実的</td><td>30m</td><td>32(77)</td><td rowspan="2">非保有</td><td>PQ=OQ</td><td>28(65)</td></tr>
<tr><td>60m</td><td>3(7)</td><td>PQ>OQ</td><td>1(2)</td></tr>
<tr><td>20m</td><td>1(2)</td><td colspan="2">白 紙</td><td>2(5)</td></tr>
<tr><td colspan="2">無 答</td><td>1(2)</td><td colspan="2">合 計</td><td>43(100)</td></tr>
<tr><td colspan="2">白 紙</td><td>6(14)</td><td colspan="3" rowspan="2"></td></tr>
<tr><td colspan="2">合 計</td><td>43(100)</td></tr>
</table>

（表 3-22）調査問題に対する解答（3 年生）

<table>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">問題</td><td colspan="3">文章題</td><td colspan="3">現実知識問題</td></tr>
<tr><td colspan="2">解　答</td><td>人(%)</td><td colspan="2">解　答</td><td>人(%)</td></tr>
<tr><td rowspan="15">Ⅰ</td><td rowspan="7">A</td><td>現実的</td><td>7 台</td><td>39(80)</td><td>保有</td><td>2 個</td><td>46(94)</td></tr>
<tr><td rowspan="3">非現実的</td><td>6 台</td><td>4(8)</td><td>非保有</td><td></td><td>0(0)</td></tr>
<tr><td>65 台</td><td>1(2)</td><td colspan="2">白 紙</td><td>3(6)</td></tr>
<tr><td>0.7 台</td><td>1(2)</td><td colspan="2">合 計</td><td>49(100)</td></tr>
<tr><td colspan="2">無 答</td><td>2(4)</td><td colspan="3" rowspan="3"></td></tr>
<tr><td colspan="2">白 紙</td><td>2(4)</td></tr>
<tr><td colspan="2">合 計</td><td>49(100)</td></tr>
<tr><td rowspan="8">B</td><td>現実的</td><td>7 箱</td><td>36(75)</td><td>保有</td><td>2 個</td><td>46(96)</td></tr>
<tr><td rowspan="4">非現実的</td><td>6 箱</td><td>5(10)</td><td rowspan="2">非保有</td><td>1 個</td><td>1(2)</td></tr>
<tr><td>6.5 箱</td><td>4(8)</td><td>1.7 個</td><td>1(2)</td></tr>
<tr><td>65 箱</td><td>1(2)</td><td colspan="2">白 紙</td><td>0(0)</td></tr>
<tr><td>25 箱</td><td>1(2)</td><td colspan="2">合 計</td><td>48(100)</td></tr>
<tr><td colspan="2">無 答</td><td>0(0)</td><td colspan="3" rowspan="3"></td></tr>
<tr><td colspan="2">白 紙</td><td>1(2)</td></tr>
<tr><td colspan="2">合 計</td><td>48(100)</td></tr>
<tr><td rowspan="21">Ⅱ</td><td rowspan="12">A</td><td rowspan="5">現実的</td><td>19 人から 31 人</td><td>4(8)</td><td rowspan="4">保有</td><td>3，4，5 色</td><td>16(33)</td></tr>
<tr><td>12 人から 31 人</td><td>4(8)</td><td>3 色(理由あり)</td><td>5(10)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">わからない
(理由あり)</td><td rowspan="2">2(4)</td><td>4 色(理由あり)</td><td>1(2)</td></tr>
<tr><td>5 色(理由あり)</td><td>1(2)</td></tr>
<tr><td>19 人以上</td><td>1(2)</td><td rowspan="5">非保有</td><td>5 色(理由なし)</td><td>15(31)</td></tr>
<tr><td rowspan="4">非現実的</td><td>31 人</td><td>30(61)</td><td>2，3，4，5 色</td><td>4(8)</td></tr>
<tr><td>29 人</td><td>2(4)</td><td>3 色(理由なし)</td><td>3(6)</td></tr>
<tr><td>33 人</td><td>1(2)</td><td>4 色(理由なし)</td><td>1(2)</td></tr>
<tr><td>32 人</td><td>1(2)</td><td>2 色</td><td>1(2)</td></tr>
<tr><td colspan="2">無 答</td><td>2(4)</td><td colspan="2">白 紙</td><td>2(4)</td></tr>
<tr><td colspan="2">白 紙</td><td>2(4)</td><td colspan="2">合 計</td><td>49(100)</td></tr>
<tr><td colspan="2">合 計</td><td>49(100)</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td rowspan="9">B</td><td rowspan="4">現実的</td><td>7 人から 15 人</td><td>9(19)</td><td rowspan="3">保有</td><td>3，4，5 色</td><td>17(35)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">わからない
(理由あり)</td><td rowspan="2">2(4)</td><td>3 色(理由あり)</td><td>5(10)</td></tr>
<tr><td>5 色(理由あり)</td><td>3(6)</td></tr>
<tr><td>7 人から 23 人</td><td>1(2)</td><td rowspan="3">非保有</td><td>5 色(理由なし)</td><td>15(31)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">非現実的</td><td>7 人</td><td>33(67)</td><td>2，3，4，5 色</td><td>7(15)</td></tr>
<tr><td>8 人</td><td>2(4)</td><td>4 色(理由なし)</td><td>1(2)</td></tr>
<tr><td colspan="2">無 答</td><td>0(0)</td><td colspan="2">白 紙</td><td>0(0)</td></tr>
<tr><td colspan="2">白 紙</td><td>1(2)</td><td colspan="2">合 計</td><td>48(100)</td></tr>
<tr><td colspan="2">合 計</td><td>48(100)</td><td colspan="3"></td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">問題</td><td colspan="3">文章題</td><td colspan="3">現実知識問題</td></tr>
<tr><td colspan="2">解 答</td><td>人(%)</td><td colspan="2">解 答</td><td>人(%)</td></tr>
<tr><td rowspan="16">III</td><td rowspan="7">A</td><td>現実的</td><td></td><td>0(0)</td><td rowspan="2">保有</td><td rowspan="2">走ることはできない</td><td rowspan="2">33(67)</td></tr>
<tr><td rowspan="3">非現実的</td><td>24 時間後</td><td>37(76)</td></tr>
<tr><td>4 時間後</td><td>3(6)</td><td rowspan="2">非保有</td><td rowspan="2">走ることができる</td><td rowspan="2">11(23)</td></tr>
<tr><td>96 時間後</td><td>1(2)</td></tr>
<tr><td colspan="2">無 答</td><td>1(2)</td><td colspan="2">問題の意味が分からない</td><td>4(8)</td></tr>
<tr><td colspan="2">白 紙</td><td>7(15)</td><td colspan="2">白 紙</td><td>1(2)</td></tr>
<tr><td colspan="2">合 計</td><td>49(100)</td><td colspan="2">合 計</td><td>49(100)</td></tr>
<tr><td rowspan="9">B</td><td rowspan="3">現実的</td><td>10 時間以上</td><td>5(10)</td><td rowspan="2">保有</td><td rowspan="2">走ることはできない</td><td rowspan="2">39(81)</td></tr>
<tr><td>到着できない</td><td>4(8)</td></tr>
<tr><td>わからない
(理由あり)</td><td>2(4)</td><td>非保有</td><td>走ることはできる</td><td>8(17)</td></tr>
<tr><td rowspan="3">非現実的</td><td>10 時間後</td><td>19(40)</td><td colspan="2">意味がわからない</td><td>1(2)</td></tr>
<tr><td>2 時間半</td><td>4(8)</td><td colspan="2">白 紙</td><td>0(0)</td></tr>
<tr><td>4 時間後</td><td>3(6)</td><td colspan="2">合 計</td><td>48(100)</td></tr>
<tr><td colspan="2">無 答</td><td>1(2)</td><td colspan="3" rowspan="3"></td></tr>
<tr><td colspan="2">白 紙</td><td>10(21)</td></tr>
<tr><td colspan="2">合 計</td><td>48(100)</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="8">IV</td><td>現実的</td><td>追いつけない
追いつかない</td><td>26(53)</td><td>保有</td><td>追いつくことはできない</td><td>22(45)</td></tr>
<tr><td rowspan="4">非現実的</td><td>30 分後</td><td>5(10)</td><td rowspan="3">非保有</td><td rowspan="2">追いつくことができる</td><td rowspan="2">18(37)</td></tr>
<tr><td>3 分後</td><td>3(6)</td></tr>
<tr><td>15 分後</td><td>3(6)</td><td>わからない</td><td>7(14)</td></tr>
<tr><td>40 分後</td><td>1(2)</td><td colspan="2">白 紙</td><td>2(4)</td></tr>
<tr><td colspan="2">無 答</td><td>2(4)</td><td colspan="2">合 計</td><td>49(100)</td></tr>
<tr><td colspan="2">白 紙</td><td>9(18)</td><td colspan="3" rowspan="2"></td></tr>
<tr><td colspan="2">合 計</td><td>49(100)</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="8">V</td><td>現実的</td><td>200 円</td><td>13(27)</td><td>保有</td><td>③，④</td><td>8(17)</td></tr>
<tr><td rowspan="4">非現実的</td><td>270 円</td><td>27(56)</td><td rowspan="5">非保有</td><td>④</td><td>10(21)</td></tr>
<tr><td>240 円</td><td>2(4)</td><td>④，⑤</td><td>10(21)</td></tr>
<tr><td>160 円</td><td>2(4)</td><td>②③④</td><td>9(19)</td></tr>
<tr><td>80 円</td><td>1(2)</td><td>⑤</td><td>8(17)</td></tr>
<tr><td colspan="2">無 答</td><td>0(0)</td><td>③</td><td>3(6)</td></tr>
<tr><td colspan="2">白 紙</td><td>3(6)</td><td colspan="2">白 紙</td><td>0(0)</td></tr>
<tr><td colspan="2">合 計</td><td>48(100)</td><td colspan="2">合 計</td><td>48(100)</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="2">問題</td><td colspan="3">文章題</td><td colspan="3">現実知識問題</td></tr>
<tr><td colspan="2">解 答</td><td>人(%)</td><td colspan="2">解 答</td><td>人(%)</td></tr>
<tr><td rowspan="9">Ⅵ</td><td>現実的</td><td></td><td>0(0)</td><td rowspan="3">保有</td><td rowspan="3">どちらの雲から落ちた雨粒も同じ速さ</td><td rowspan="3">16(33)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">非現実的</td><td>2000m/s</td><td>21(43)</td></tr>
<tr><td>200m/s</td><td>1(2)</td></tr>
<tr><td colspan="2">無 答</td><td>5(10)</td><td rowspan="4">非保有</td><td rowspan="2">高い雲から落ちた方が速い</td><td rowspan="2">21(43)</td></tr>
<tr><td colspan="2">白 紙</td><td>22(45)</td></tr>
<tr><td colspan="2">合 計</td><td>49(100)</td><td rowspan="2">低い雲から落ちた方が速い</td><td rowspan="2">5(10)</td></tr>
<tr><td colspan="3" rowspan="3"></td></tr>
<tr><td colspan="2">白 紙</td><td>7(14)</td></tr>
<tr><td colspan="2">合 計</td><td>49(100)</td></tr>
<tr><td rowspan="7">Ⅶ</td><td>現実的</td><td>40m</td><td>2(4)</td><td>保有</td><td>PQ<OQ</td><td>6(13)</td></tr>
<tr><td rowspan="3">非現実的</td><td>30m</td><td>36(75)</td><td rowspan="2">非保有</td><td>PQ=OQ</td><td>41(85)</td></tr>
<tr><td>60m</td><td>3(6)</td><td>PQ>OQ</td><td>1(2)</td></tr>
<tr><td>15m</td><td>3(6)</td><td colspan="2">白 紙</td><td>0(0)</td></tr>
<tr><td colspan="2">無 答</td><td>0(0)</td><td colspan="2">合 計</td><td>48(100)</td></tr>
<tr><td colspan="2">白 紙</td><td>4(8)</td><td colspan="3" rowspan="2"></td></tr>
<tr><td colspan="2">合 計</td><td>48(100)</td></tr>
</table>

各文章題ごとに，生徒の反応を「現実的な解答」，「非現実的な解答」，「無答・白紙」の三つに分類する。また，現実知識問題についても，各問題ごとに，「現実世界の知識を保有している」，「現実世界の知識を保有していない」，「無答・白紙」の三つに分類する。

それらの結果を学年ごとに集計したのが，表 3-23，表 3-24 である。また，表 3-23，表 3-24 を図 3-1，図 3-2 にグラフ化した。

（表 3-23）文章題と現実知識問題に対する生徒の解答（2 年生）

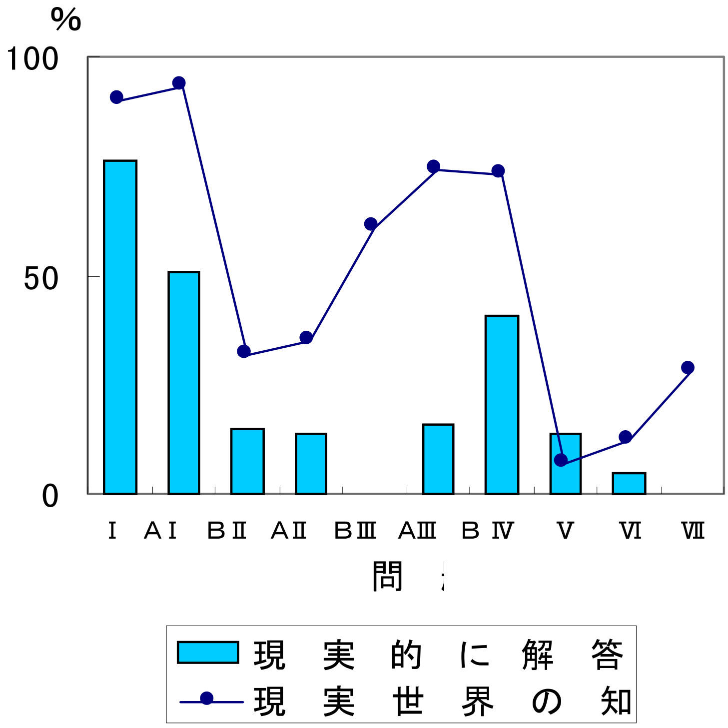
問題		文章題の解答			現実世界の知識		
		現実的	非現実的	無答･白紙	保有	非保有	白紙
		人数（%）	人数（%）	人数（%）	人数（%）	人数（%）	人数（%）
Ⅰ	A	31(76)	6(15)	4(10)	37(90)	1(　2)	3(　7)
	B	22(51)	15(35)	6(14)	40(93)	1(　2)	2(　5)
Ⅱ	A	6(15)	32(78)	3(　7)	13(32)	25(61)	3(　7)
	B	6(14)	35(81)	2(　5)	15(35)	26(60)	2(　5)
Ⅲ	A	0(　0)	34(83)	7(17)	25(61)	14(34)	2(　5)
	B	7(16)	21(49)	15(35)	32(74)	10(23)	1(　2)
Ⅳ		17(41)	15(37)	9(22)	30(73)	8(20)	3(　7)
Ⅴ		6(14)	34(79)	3(　7)	3(　7)	39(91)	1(　2)
Ⅵ		2(　5)	25(61)	14(34)	5(12)	31(76)	5(12)
Ⅶ		0(　0)	36(84)	7(16)	12(28)	29(67)	2(　5)

（注）ⅠA，ⅡA，ⅢA，Ⅳ，Ⅵの解答数は 41，ⅠB，ⅡB，ⅢB，Ⅴ，Ⅶの解答数は 43

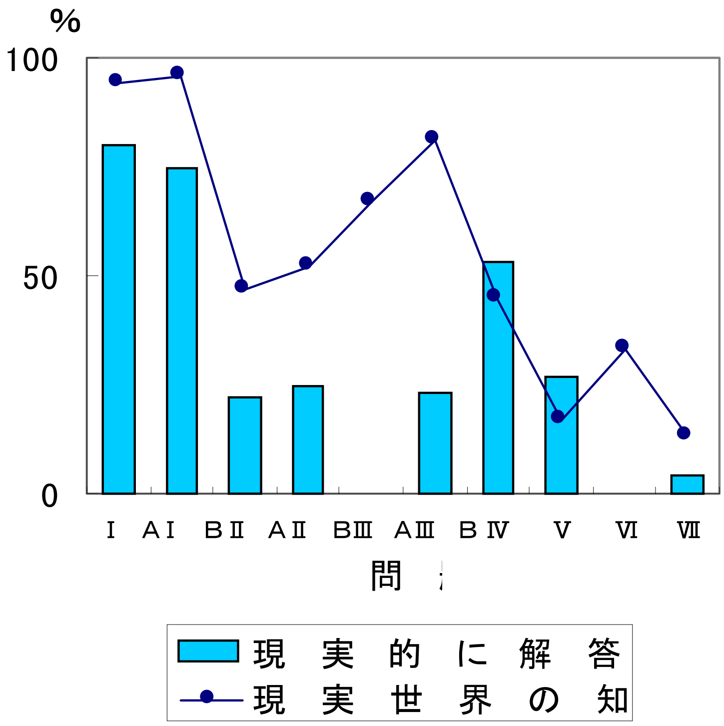
（表 3-24）文章題と現実知識問題に対する生徒の解答（3 年生）

問題		文章題の解答			現実世界の知識		
		現実的	非現実的	無答･白紙	保有	非保有	白紙
		人数（%）	人数（%）	人数（%）	人数（%）	人数（%）	人数（%）
Ⅰ	A	39(80)	6(12)	4(8)	46(94)	0(　0)	3(　6)
	B	36(75)	11(23)	1(2)	46(96)	2(　4)	0(　0)
Ⅱ	A	11(22)	34(69)	4(8)	23(47)	24(49)	2(　4)
	B	12(25)	35(73)	1(2)	25(52)	23(48)	0(　0)
Ⅲ	A	0(　0)	41(84)	8(16)	33(67)	11(22)	5(10)
	B	11(23)	26(54)	11(23)	39(81)	8(17)	1(　2)
Ⅳ		26(53)	12(24)	11(22)	22(45)	25(51)	2(　4)
Ⅴ		13(27)	32(67)	3(　6)	8(17)	40(83)	0(　0)
Ⅵ		0(　0)	22(45)	27(55)	16(33)	26(53)	7(14)
Ⅶ		2(　4)	42(88)	4(　8)	6(13)	42(88)	0(　0)

（注）ⅠA，ⅡA，ⅢA，Ⅳ，Ⅵの解答数は 49，ⅠB，ⅡB，ⅢB，Ⅴ，Ⅶの解答数は 48



（図 3-1）現実的な解答の割合と現実世界の知識の保有率（2 年生）

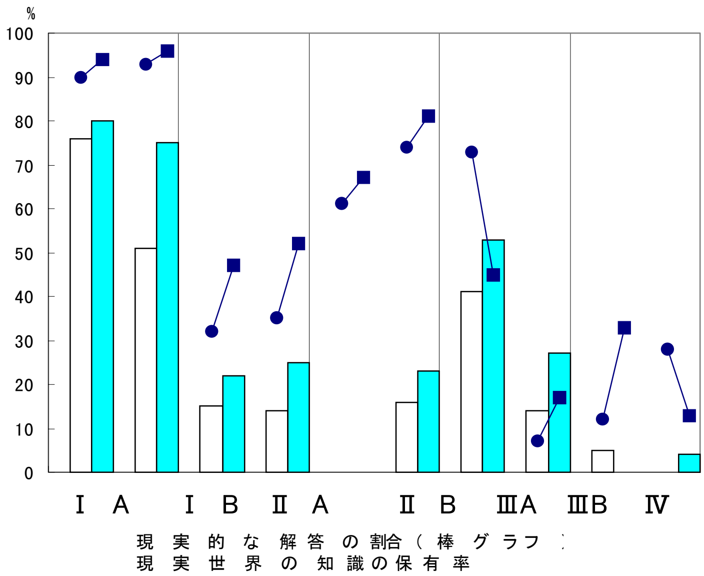


（図 3-2）現実的な解答の割合と現実世界の知識の保有率（3 年生）

2 年生と 3 年生の傾向は，よく似ている。すなわち，文章題に対する現実的な解答の割合は，問題ＩＡ，ＩＢ，Ⅳが比較的高く，それ以外が比較的低くなっている。また，現実世界の知識の保有率は，問題ＩＡ，ＩＢ，ⅢA，ⅢＢが比較的高く，それ以外が比較的低くなっている。ただし，2 年生においては，問題ＩＡ，ＩＢ，ⅢA，ⅢＢの他に，問題Ⅳに対する現実世界の知識の保有率も高くなっている。

問題ⅢA，ⅢＢ以外の問題では，現実世界の知識の保有率が高い場合は，現実的な解答の割合も高く，それが低い場合は，現実的な解答の割合も低くなっている。これは，現実世界の知識を保有している場合には現実的に解答し，保有していない場合は現実的に解答できないということであり，当然といえば当然の結果である。それに対して，問題ⅢA，ⅢＢでは，現実世界の知識の保有率は高いにも関わらず，現実的な解答はできていない。これは，現実世界の知識を保有しているにも関わらず，それらが問題の解決に活用されていないことを示している。

次に，2 年生と 3 年生の傾向を比較しやすくするために表 3-23，表 3-24 をもとに作成した図 3-3 を示す。



（図 3-3）学年別の現実的な解答の割合と現実世界の知識の保有率

現実世界の知識の保有率は，問題Ⅳ，Ⅶを除く 8 問で 3 年生の方がやや高くなっている。文章題に対する現実的な解答の割合は，ほとんど現実的に答えることができていない問題ⅢA，VI，Ⅶを除いた全ての問題で 3 年生の方がやや高くなっている。

ⅱ）現実的な解答と現実世界の知識の有無との関係

文章題と現実知識問題に対する生徒の解答を，表 3-25 に示す記号を用いて分類する。分類の際には，調査用紙に書かれた解答及びコメントをもとにした。

（表 3-25）解答を分類する記号

文章題に対する解答		現実知識問題に対する解答	
記　号	内　容	記　号	内　容
R	現実的な解答をしている	1	現実世界の知識を保有している
U	非現実的な解答をしている	0	現実世界の知識を保有していない
無答・白紙	何らかの記述はあるものの解答に至っていない場合や，白紙のとき	白紙	解答していない

各文章題に対する解答と各文章題に対応する現実知識問題に対する解答をあわせると，無答と白紙の場合を除いて表 3-26 のように分類できる。例えば，文章題に対して現実的に解答し，現実知識問題で現実世界の知識を保有していると判断した場合は「R1」となる。

（表 3-26）生徒の解答の 4 分類

		文章題	
		現実的：R	非現実的：U
現実知識問題	保　有：1	R1	U1
	非保有：0	R0	U0

※どちらか一方でも「無答」か「白紙」の場合はいずれの分類にも属さない。

各被験者の文章題とそれに対応する現実知識問題に対する解答パターンを，前述した分類方法により 4 分類に分けてまとめた（表 3-27，表 3-28）。また，それを問題ごとにグラフ化したものが図 3-4 である。

（表 3-27）文章題と現実知識問題に対する解答についての各被験者の解答パターン

（2 年生）

問題		R1	U1	R0	U0	その他
		人数(%)	人数(%)	人数(%)	人数(%)	人数(%)
Ⅰ	A	30(73)	5(12)	0(0)	1(2)	5(12)
	B	22(51)	13(30)	0(0)	1(2)	7(16)
Ⅱ	A	3(7)	10(24)	3(7)	20(49)	5(12)
	B	4(9)	11(26)	2(5)	22(51)	4(9)
Ⅲ	A	0(0)	24(59)	0(0)	10(24)	7(17)
	B	6(14)	16(37)	1(2)	4(9)	16(37)
Ⅳ		13(32)	10(24)	3(7)	5(12)	10(24)
Ⅴ		1(2)	2(5)	5(12)	31(72)	4(9)
Ⅵ		0(0)	4(10)	2(5)	20(49)	15(37)
Ⅶ		0(0)	10(23)	0(0)	25(58)	8(19)

（注）ⅠA，ⅡA，ⅢA，Ⅳ，Ⅵの解答数は 41，ⅠB，ⅡB，ⅢB，Ⅴ，Ⅶの解答数は 43

（表 3-28）文章題と現実知識問題に対する解答についての各被験者の解答パターン

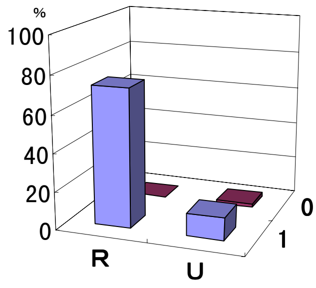
（3 年生）

問題		R1	U1	R0	U0	その他
		人数(%)	人数(%)	人数(%)	人数(%)	人数(%)
Ⅰ	A	36(73)	6(12)	0(0)	0(0)	7(14)
	B	35(73)	10(21)	1(2)	1(2)	1(2)
Ⅱ	A	7(14)	14(29)	4(8)	18(37)	6(12)
	B	10(21)	14(29)	2(4)	21(44)	1(2)
Ⅲ	A	0(0)	28(57)	0(0)	10(20)	11(22)
	B	7(15)	22(46)	4(8)	3(6)	12(25)
Ⅳ		13(27)	5(10)	13(27)	7(14)	11(22)
Ⅴ		3(6)	5(10)	10(21)	27(56)	3(6)
Ⅵ		0(0)	10(20)	0(0)	12(24)	27(55)
Ⅶ		0(0)	6(13)	2(4)	36(75)	4(8)

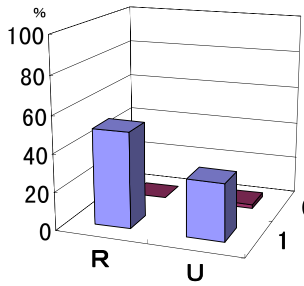
（注）ⅠA，ⅡA，ⅢA，Ⅳ，Ⅵの解答数は 49，ⅠB，ⅡB，ⅢB，Ⅴ，Ⅶの解答数は 48

.1.1.1.

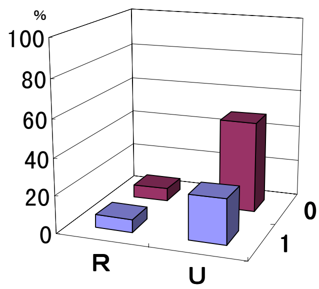
２年生



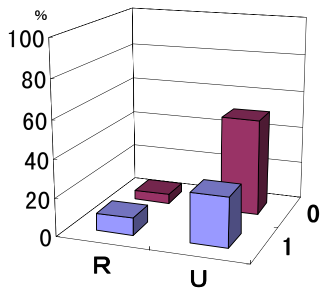
Ⅰ A



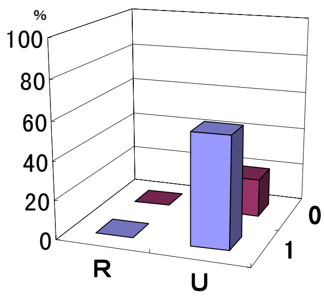
Ⅰ B



Ⅱ A

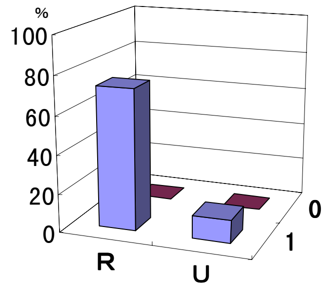


Ⅱ B

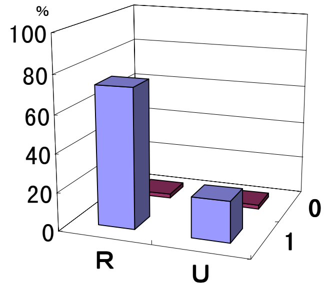


Ⅲ A

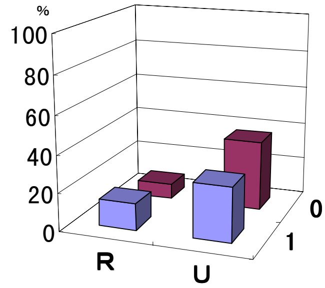
３年生



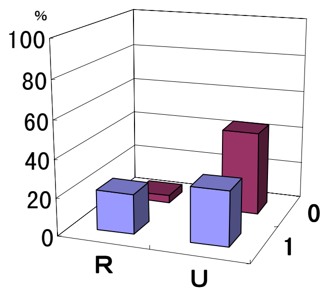
Ⅰ A



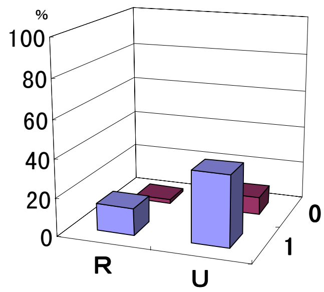
Ⅰ B



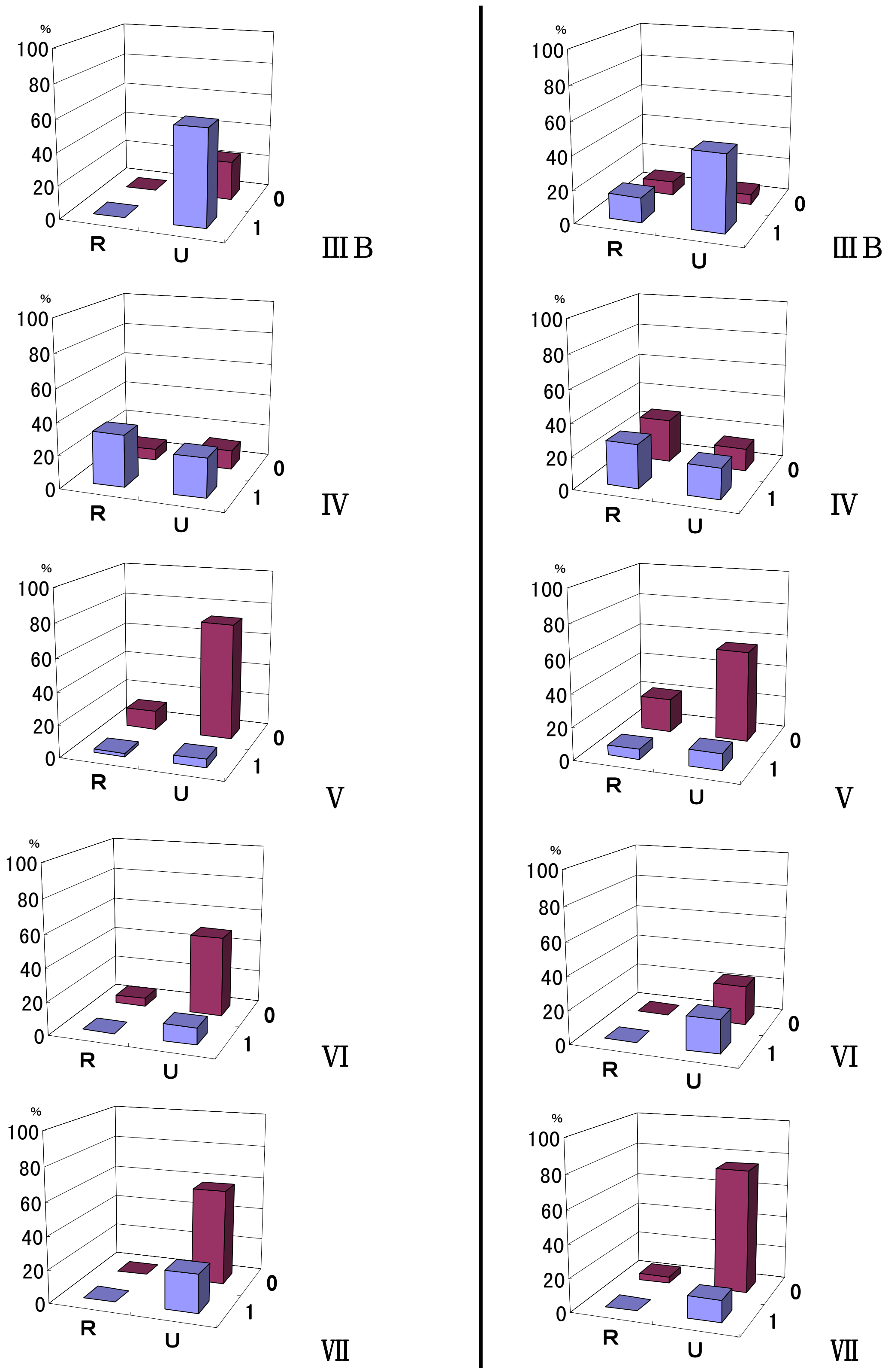
Ⅱ A



Ⅱ B

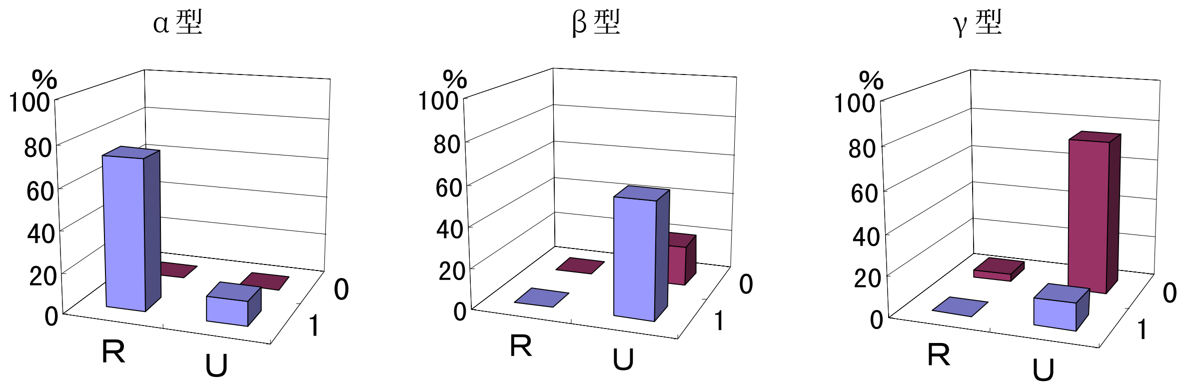


Ⅲ A



（図 3-4）文章題と現実知識問題に対する解答についての各被験者の解答パターン

各問題に対する生徒の解答パターンを，図 3-5 に示す三つの型に分類することができる。α型は R1 の割合が他の三つの割合に比べて顕著に多くなっている問題である。同様にβ型，γ型はそれぞれ U1，U0 の割合が多くなっている問題である。なお，これ以外のパターンになる問題はごく少数であった。



（図 3-5）現実的な解答と現実世界の知識の関係

2，3 年生の各文章題がどの型を示したかを表 3-29 に示す。

（表 3-29）各問題の型

型	2，3 年共通	2 年のみ
α	ⅠA，ⅠB	
β	ⅢA，ⅢB	
γ	ⅡB，Ⅴ，Ⅶ	ⅡA，Ⅵ

α型は，「現実世界の知識を保有し，それを活用して現実的に解答することができた文章題」であると思われる。γ型は，「現実世界の知識を保有していないために，現実的に解答することができなかった文章題」であると思われる。この二つの型は，状況が分かっているときには現実的に解答でき，状況が分かっていないときは現実的に解答できないという常識的な反応を示していると言えよう。

β型は，「現実世界の知識を保有してはいるが，それを活用せずに現実的に解答できていない文章題」と思われる。このことを，問題ⅢA「ある畑を一人で耕すと 1 時間で 4 ㎡耕すことができる。では，10 人で耕し始めると，960 ㎡の畑を耕し終えるのは何時間後になるか」に対する生徒の反応を見ながら少し詳しく説明してみよう。

問題ⅢＡの現実知識問題において，その知識を保有していると判定された生徒の割合は，2 年生で 61%，3 年生で 67%である。これらの生徒は，「人は短い時間内に発揮できる最大能力を長い時間にわたって維持することはできない」ということを知っていたと考えることができる。ところが，問題ⅢＡに対して，現実的に解答している生徒は，2 年生，3 年生ともに一人もいない。すなわち，この問題ⅢＡについては，約 6 割の生徒が，その問題の現実的な解決に必要な知識を有しているにも関わらず，これらの生徒は，ことごとく，この知識を活用せずに非現実的な解答をしているのである。

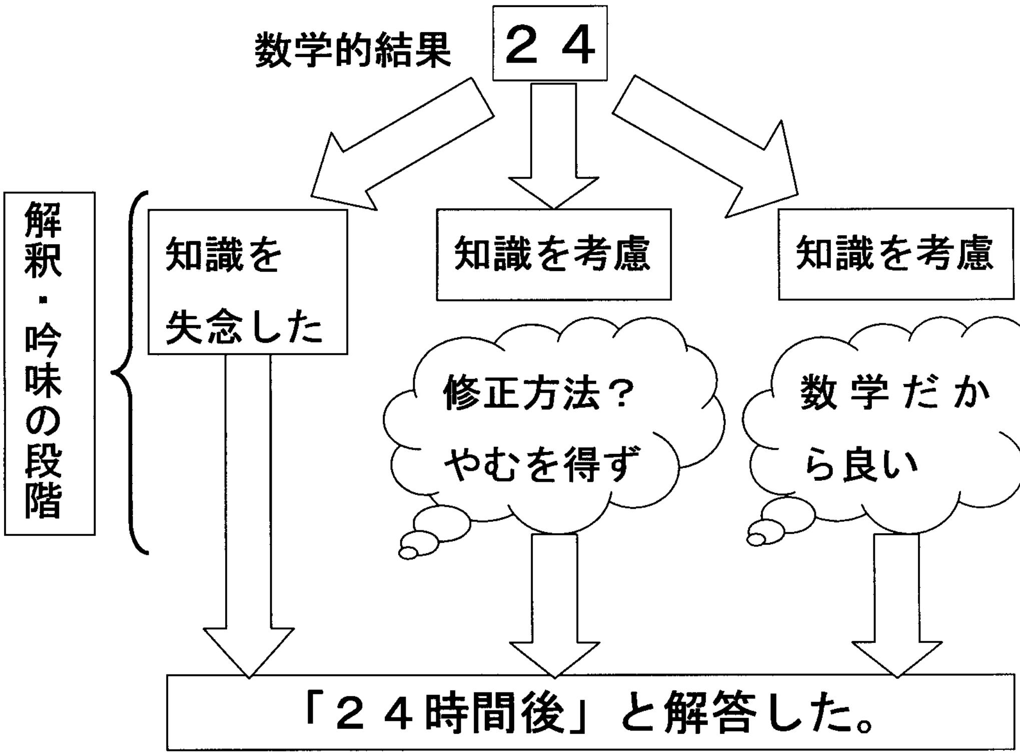
なぜ，このような反応が生じるのであろうか。その原因については，次にあげる三つの可能性が考えられる。

一つ目は，問題解決の途中において，配慮すべき現実世界の知識を失念してしまう可能性である。文章題の解決過程においては，問題状況内の数量関係を考えたり，必要な計算を実行したりと，処理すべき事柄が非常に多い。これらの処理に専念するうちに，現実世界の知識に照らして，数学的結果を吟味・修正しなければいけないということを忘れてしまうのではないか，ということが一つの原因としてあげられよう。

二つ目は，現実世界の知識に照らして解の吟味・修正を行う段階で，その修正方法がわからないために修正を行わない可能性である。例えば，問題ⅢＡでは，計算によって「24 時間」が求まる。人が 24 時間もずっと働き続けることは不可能であることはわかっているけれども，では何時間かと問われると困ってしまう。休憩時間などの余分な時間がどれだけ必要であるかがわからないので，この「24 時間」を適正に修正することはできない。修正の必要性はわかっているけれども，その修正方法がわからないために，やむを得ず未修正のまま「24 時間後」としておく，というのが二つ目の原因としてあげられよう。

三つ目は，「数学の問題」を解決するときには，現実の問題を解決するときとは異なり，解の解釈・吟味の段階で数学的結果を修正する必要はないと生徒が考えている可能性である。例えば，問題ⅢＡでは，上記と同様に，人は 24 時間もずっと働き続けることは不可能であることはわかっているけれども，「数学の問題」の解答としては，数学的結果を修正することなしにそのまま「24 時間後」と解答すればよいと考えている，というのが三つ目の原因としてあげられよう。

問題ⅢＡを例に，この三つの可能性を図に示したのが図 3-6 である。



（図 3-6）問題解決の過程における，β型の生徒の思考の可能性

iii）学力の違いによる解答パターンの相違

調査用紙 1 で出題した基準問題の正答率を表 3-30 に示す。

（表 3-30）基準問題に対する正答率

基準問題	2-1	2-2	3-1	3-2
2 年生	87%	43%		
3 年生			42%	28%

調査の対象とした生徒を基準問題の結果によって上位群，下位群に分けた（表 3-31）。2 年生に対しては，基準問題を 2 問とも正解した生徒を上位群，1 問でも正解できなかった生徒を下位群とした。また，3 年生に対しては，基準問題のどちらか 1 問でも正解した生徒は上位群，2 問とも正解できなかった生徒を下位群とした。

（表 3-31）上位群，下位群の人数

		上位群	下位群	合計
3 年生	A問題	29 名	20 名	49 名
	B問題	27 名	21 名	48 名
2 年生	A問題	19 名	22 名	41 名
	B問題	15 名	28 名	43 名

上位群，下位群ごとに生徒の解答を表 3-32，3-33 にまとめた。

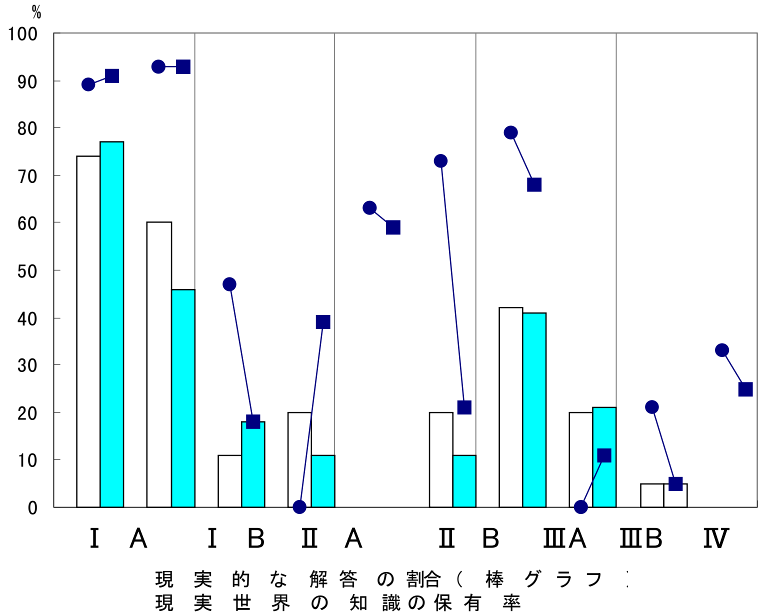
（表 3-32）学力別の文章題と現実知識問題に対する生徒の解答（2 年生）

問題		学力別		文章題			現実知識問題		
				現実的	非現実的	無答,白紙	保有	非保有	白紙
		学力	人数	人数(%)	人数(%)	人数(%)	人数(%)	人数(%)	人数(%)
Ⅰ	A	上位	19	14(74)	3(16)	2(11)	17(89)	0(0)	2(11)
		下位	22	17(77)	3(14)	2(9)	20(91)	1(5)	1(5)
	B	上位	15	9(60)	5(33)	1(7)	14(93)	0(0)	1(7)
		下位	28	13(46)	10(36)	5(18)	26(93)	1(4)	1(4)
Ⅱ	A	上位	19	2(11)	16(84)	1(5)	9(47)	8(42)	2(11)
		下位	22	4(18)	16(73)	2(9)	4(18)	17(77)	1(5)
	B	上位	15	3(20)	12(80)	0(0)	4(27)	10(67)	1(7)
		下位	28	3(11)	23(82)	2(7)	11(39)	16(57)	1(4)
Ⅲ	A	上位	19	0(0)	17(89)	2(11)	12(63)	6(32)	1(5)
		下位	22	0(0)	17(77)	5(23)	13(59)	8(36)	1(5)
	B	上位	15	3(20)	10(67)	2(13)	11(73)	3(20)	1(7)
		下位	28	4(14)	11(39)	13(46)	21(75)	7(25)	0(0)
Ⅵ		上位	19	8(42)	7(37)	4(21)	15(79)	2(11)	2(11)
		下位	22	9(41)	8(36)	5(23)	15(68)	6(27)	1(5)
Ⅴ		上位	15	3(20)	12(80)	0(0)	0(0)	14(93)	1(7)
		下位	28	3(11)	22(79)	3(11)	3(11)	25(89)	0(0)
Ⅵ		上位	19	1(5)	14(74)	4(21)	4(21)	12(63)	3(16)
		下位	22	1(5)	11(50)	10(45)	1(5)	19(86)	2(9)
Ⅶ		上位	15	0(0)	14(93)	1(7)	5(33)	9(60)	1(7)
		下位	28	0(0)	22(79)	6(21)	7(25)	20(71)	1(4)

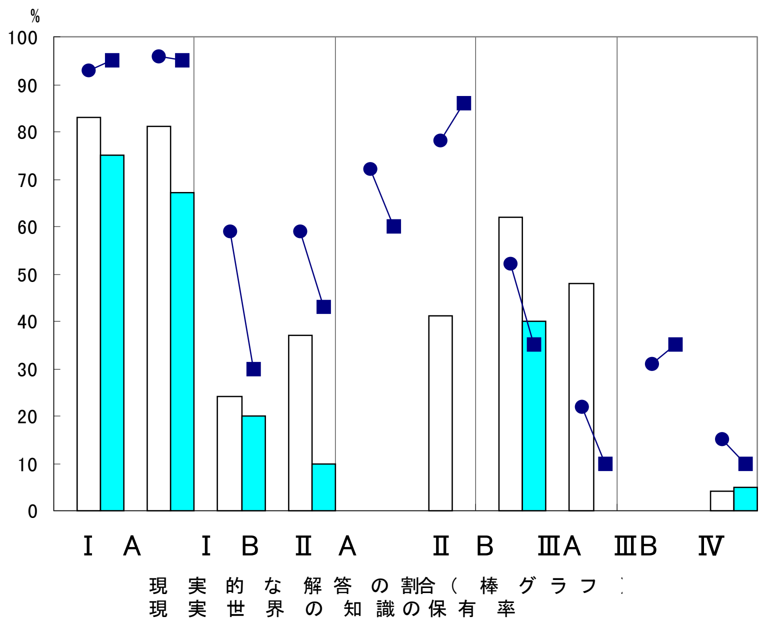
（表 3-33）学力別の文章題と現実知識問題に対する生徒の解答（3 年生）

問題		学力別		文章題			現実知識問題		
				現実的	非現実的	無答,白紙	保有	非保有	白紙
		学力	人数	人数(%)	人数(%)	人数(%)	人数(%)	人数(%)	人数(%)
Ⅰ	A	上位	29	24(83)	3(10)	2(7)	27(93)	0(0)	2(7)
		下位	20	15(75)	3(15)	2(10)	19(95)	0(0)	1(5)
	B	上位	27	22(81)	5(19)	0(0)	26(96)	1(4)	0(0)
		下位	21	14(67)	6(29)	1(5)	20(95)	1(5)	0(0)
Ⅱ	A	上位	29	7(24)	21(72)	1(3)	17(59)	12(41)	0(0)
		下位	20	4(20)	13(65)	3(15)	6(30)	12(60)	2(10)
	B	上位	27	10(37)	16(59)	1(4)	16(59)	11(41)	0(0)
		下位	21	2(10)	19(90)	0(0)	9(43)	12(57)	0(0)
Ⅲ	A	上位	29	0(0)	26(90)	3(10)	21(72)	6(21)	2(7)
		下位	20	0(0)	15(75)	5(25)	12(60)	5(25)	3(15)
	B	上位	27	11(41)	12(44)	4(15)	21(78)	6(22)	0(0)
		下位	21	0(0)	14(67)	7(33)	18(86)	2(10)	1(5)
Ⅵ		上位	29	18(62)	8(28)	3(10)	15(52)	13(45)	1(3)
		下位	20	8(40)	4(20)	8(40)	7(35)	12(60)	1(5)
Ⅴ		上位	27	13(48)	14(52)	0(0)	6(22)	21(78)	0(0)
		下位	21	0(0)	18(86)	3(14)	2(10)	19(90)	0(0)
Ⅵ		上位	29	0(0)	15(52)	14(48)	9(31)	18(62)	2(7)
		下位	20	0(0)	7(35)	13(65)	7(35)	8(40)	5(25)
Ⅶ		上位	27	1(4)	24(89)	2(7)	4(15)	23(85)	0(0)
		下位	21	1(5)	18(86)	2(10)	2(10)	19(90)	0(0)

表 3-32，3-33 をグラフに表したのが，図 3-7，図 3-8 である。



（図 3-7）学力別の現実的な解答の割合と現実世界の知識の保有率（2 年生）



（図 3-8）学力別の現実的な解答の割合と現実世界の知識の保有率（3 年生）

2 年生では，問題ⅡA，ⅢBに対する現実世界の知識の保有率でやや下位群の方が低くなっていることを除けば，上位群と下位群によって文章題に対する現実的な解答の割合，現実世界の知識の保有率とも差はほとんど見られない。

3 年生では，現実世界の知識の保有率については，問題ⅡAについて下位群の方がやや低くなっている以外は，ほとんど差は見られない。また，現実的な解答の割合は，問題ⅡB，Ⅴ，ⅢBに対して，下位群の方が上位群よりも低くなっている。それ以外の文章題ではほとんど差は見られない。

第 4 章　現在の文章題指導の問題点と今後の指導への示唆

第 1 節　教科書でのノンルーティンな文章題の扱われ方

中学生に最初に文章題解決の指導を行うのは，方程式の単元のなかの「方程式の利用」においてである。ここでは,「方程式の利用」において,「数学的結果の吟味」についてどのような扱いがなされているのか，また，ノンルーティンな文章題がどの程度扱われているのかを調べる。

現在, 日本国内で発行されている教科書では, 一元一次方程式を学習したあとに「方程式を使って文章題を解く手順」が示されている。その一例を図 4-1 に示す。

［方程式を使って問題を解く手順］

1. 問題の意味を考えて，何を x で表すかをきめる。
2. 問題にふくまれている数量を，x を使って表す。
3. 等しい関係に着目して，方程式をつくる。
4. 方程式を解く。
5. 方程式の解が，問題にあうかどうかを確かめる。

（図 4-1）方程式を使って文章題を解く手順（O社，1992，p.84）

この手順の中で，方程式を解いた後，その解を吟味する段階が示されている。その記述を，各社の教科書から抜粋する。

・その解を問題の答えとしてよいかどうかを確かめ，答えを決める。（D 社，1992，p.80）
・方程式の解が，問題にあっているかどうかを調べる。（KE 社，1992，p.90）
・方程式の解が，問題にあうかどうかを確かめる。（O 社，1992，p.84）
・方程式の解が問題に適しているかどうかを調べて, 答えとする。（G 社, 1992, p.88）
・方程式の解が問題に適しているかどうかを確かめる。（KY 社，1992，p.83）

・方程式の解が問題に適していることを確かめて答えとする。（T 社，1992，p.93）

更に補足して説明している例として，KE 社の教科書(1992)の記述を抜粋する。

《実際の問題を解くとき，与えられた条件から方程式をつくるが，その方程式だけでは，問題の条件が，いいつくされていない場合がある。だから，方程式の解が，その問題にあっているかどうかを調べる必要がある。》（p.90）

このことを指導するためには，方程式の解をそのまま現実の問題の解答にすると非現実的な解答になる文章題（ノンルーティンな文章題）を扱う必要がある。そこで，各社の教科書（いずれも，1992 年に発行された教科書）においてノンルーティンな文章題がどの程度扱われているのかを調べることにする。解き方が示されている「例題」と，文章題のみが示されている「練習問題」に分け，それぞれの問題数を調べる。さらに，その中で，ノンルーティンな文章題がどの程度含まれているのかを調べる。その結果を表 4-1 に示す。

（表 4-1）中学校 1 年生の教科書（1992 年発行）で扱われている文章題の数

教科書名 (調査対象のページ)	例題		練習問題	
	全問題数	ノンルーティンな例題 問（%）	全問題数	ノンルーティンな練習問題 問（%）
KE 社 (p.86～p.93)	3 問	0(0)	15 問	1(7)
T 社 (p.88～p.95)	2	0(0)	13	1(8)
D 社 (p.80～p.87)	4	2(50)	14	3(21)
KY 社 (p.79～p.85)	4	1(25)	13	0(0)
G 社 (p.84～p.91)	2	0(0)	15	0(0)
O 社 (p.80～p.87)	5	0(0)	20	1(5)
合計	20	3(15)	90	6(7)

どの教科書においても，ノンルーティンな文章題の数は少ないことが分かる。方程式の解を現実的な解答にするために，どのように修正したらよいかを示している例題を，6 社のうち 4 社の教科書が扱っていない。また，練習問題も 2 社の教科書が扱っ

ていない。

次に，教科書で扱われているノンルーティンな文章題をみていく。

例題としてノンルーティンな文章題を扱っている 2 社の教科書では，次のような二つのタイプの文章題がみられる（図 4-2，図 4-3）。

例4　現在，私は 13 歳で，父は 46 歳である。父の年齢が私の年齢の 4 倍になるのはいつか。

解答

x 年後に 4 倍になるとすると，

$$46+x=4(13+x)$$

これを解くと，　$x=-2$

-2 年後は，2 年前のことで，これは問題に適している。

答　2年前

（図 4-2）教科書で扱われているノンルーティンな文章題（KY 社，1992，p.82）

この文章題を解決する際，数学的結果は負の数になるため，それをそのまま現実の問題の解答にすると，その解答は，「−2 年後」という日常生活ではほとんど使用しない表現になる。そのため，適切な解釈をして「2 年前」という表現にかえる必要がある。

また，D 社の教科書では，次のような文章題も扱われている。

例4　1本50円の鉛筆(えんぴつ)と，1本70円の鉛筆を合わせて12本買って，代金の合計を750円にしたい。

それぞれ何本買ったらよいかを考えよう。

50円の鉛筆を x 本買ったとして，方程式をつくると，

$$50x+70(12-x)=750$$

これを解くと，　$x=4.5$

x は鉛筆の本数だから，4.5はこの問題の答えとして適当でない。したがって，このような買い方はできない。

（図 4-3）教科書で扱われているノンルーティンな文章題（D 社，1992，p.84）

この文章題を解決する際に，数学的結果をそのまま現実の問題の解答にすると，その解答は，「4.5 本の鉛筆」という解答になる。ところが，鉛筆の本数は整数値なので，これは非現実的な解答である。そのため，この文章題を解決する際には，数学的結果を修正して解釈することが必要である。

練習問題で扱われているノンルーティンな文章題の数は 6 社あわせて 6 問である。そのうち，D 社で練習問題として扱われているノンルーティンな文章題は，図 4-2 と同様な文章題である。その他の 3 社が扱っている文章題は，いずれも次のような文章題である。

例題3　弟が，2 km 離れた駅に向かって家を出てから 10 分たって，兄が自転車で同じ道を追いかけました。

弟の歩く速さは毎分 80 m，兄の自転車の速さは毎分 240 m であるとすると，兄は出発後何分で弟に追いつくでしょうか。

6　前ページの例題 3 で，駅までの道のりを 1 km とすると，兄は弟に追いつけるでしょうか。

（図 4-4）教科書で扱われているノンルーティンな文章題（KE 社，1992，p.89，90）

この文章題$\boxed{6}$の示す状況では，弟が兄に追いつかれる前に駅に到着するため，数学的結果をそのまま利用して「5 分後に追いつく」とすると，これは非現実的な解答になる。この文章題では,「$240x=80（x+10）$」などの方程式を立式することが考えられる。けれども，この方程式には,「駅までの距離は 1km である」という条件が表現されていない。そのため，この方程式の解「$x=5$」を解釈する際に，はじめの問題と照らし合わせて,「5 分後に追いつく」という解答が適切なものかどうかを検討する必要がある。

『中学校学習指導要領（平成 10 年 12 月）解説－数学編－』(文部省，1999)では,「方程式の利用」における指導の目標について，次のように示している。

《つくった方程式を解いた後に，その解がはじめの問題の答えとして適切なものであるかどうかを調べるが，このことは，方程式をつくるときに表現しきれなかった条件を，はじめの問題と照らし合わせて再検討することを意味している。このような場面で，目的に応じて結果を検討し，処理する態度が育てられることになる。》(p.60)

しかし，中学校 1 年生の教科書で扱われているノンルーティンな文章題の数は非常に少なく, このように現実の問題と照らし合わせて解答を再検討するという指導は,現在の学校数学では，それほど行われていないのが現状である。

第 2 節　今後の指導への示唆

(1) 非現実的な解答の原因とその克服のための指導方法

第 3 章第 2 節に記述した調査 2 の結果から，ノンルーティンな文章題に対して非現実的な解答をする原因として，次の二つの原因があることが分かった。

①そもそも現実的な解答に必要と思われる現実世界の知識を保有していないために，現実的に解答することができない（γ型）

②現実世界の知識を保有してはいるが，それを活用せずに現実的に解答できていない（β型）

<u>①への対応</u>

γ型の生徒には，まず必要となる現実世界の知識を教えることが必要となる。例えば，調査 2 で使用した調査問題Ⅵ「上空の飛行機からボールを落とすと，200 秒後のボールの速さは秒速何mか」を現実的に解決するためには，終端速度についての知識が必要となる。しかし，今回の調査では，この知識を保有している生徒は少なかった。このように，現実世界の知識を保有していない場合は，まず，それを教える必要がある。

<u>②への対応</u>

β型の生徒が，保有している現実世界の知識を活用せず現実的に解答しなかった原因として，以下の三つの可能性が考えられることは，すでに述べた（第 3 章第 2 節）。

(Ⅰ) 問題解決の途中において，配慮すべき現実世界の知識を失念してしまう可能性

(Ⅱ) 現実世界の知識に照らして解の吟味・修正を行う段階で，その修正方法が分からないために修正を行わない可能性

(Ⅲ) 「数学の問題」を解決するときには，「現実の問題」を解決するときとは異なり，解の解釈・吟味の段階で数学的結果を修正する必要はないと生

徒が考えている可能性

(Ⅰ)にあてはまる生徒は，次のようなことが考えられる。中学校 1 年生の教科書では，「方程式を使って文章題を解く手順」の中で，解の解釈・吟味の段階が示されている。しかし，方程式の解をそのまま答えとしたときに不都合が生じるノンルーティンな文章題はほとんど扱われていない。そのために，授業では文章題解決の際に，解を吟味・修正する指導が軽視されているといっても過言ではない。そのため，生徒も解の解釈・吟味の段階を形式的に捉えていると考えられる。その結果，生徒は，問題解決の際に現実世界の知識を失念してしまい，解の吟味・修正を行わないで解答してしまう。このようなことを克服するためには，ノンルーティンな文章題をより多く授業で扱い，解の吟味・修正の練習を重ねることが必要である。

(Ⅱ)にあてはまる生徒は，文章題解決の過程の途中で，出てきた数学的結果を修正する必要があることには気づいていたにもかかわらず，どのように修正してよいかわからず, 修正を保留して数学的結果をそのまま解答にしてしまっている。このことを, Verschaffel(2000)は「sense-making of suspension（保留によるこじつけ)」とよんでいる。このような生徒に対しては，現実の問題を扱った数学的モデリング活動を通して修正の仕方を指導していく必要がある。

(Ⅲ)にあてはまる生徒は，学校数学で使用される文章題と現実の問題を全く無関係なものと捉えていると思われる。Greer(1997)は，ノンルーティンな文章題に対して，非現実的な解答をした理由を次のように述べた生徒がいたことを報告している。

> 《私は，これらのこと（現実世界の知識）は全て知っているが，それらを数学の問題に含めようとは思わない。数学はおよそそのようなものではない。数学は，学校では問題を正しく解くものだし，問題を正しく解く以外のことは知る必要がない。》(p.299)（ ( )内は筆者が補足した。）

このような捉え方をしている生徒には, その捉え方を改善する指導を行う必要がある。そのために，現実の問題を解決するために数学を用いた場合，数学的結果をそのまま現実世界の答えとすると不都合が生じる問題を指導の際に扱い，現実的な解答になるように数学的結果を修正する練習を行わせることが必要である。例えば, 問題ＩＢ「あ

る工場で，260 個の製品を箱詰することになりました。一箱 40 個入りの箱に詰めていくことにすると，箱はいくつ必要になりますか」では，数学的結果は「6.5」であるけれども，現実の世界では「6.5 箱」を用意することはできないので，「7 箱」と修正して答える必要がある。このような活動を通して，現実の世界での問題解決に数学を用いる際には，数学的結果をそのまま利用して解答すると現実的な解答にならない場合, それを現実の世界の知識と照らし合わせて修正したうえで解答する必要がある, という捉え方を生徒がもつように指導する必要がある。

(2) 数学的モデリング活動の具体例

1.池田(1999)のパイプライン問題

池田(1999)は，数学的モデリング活動の練習問題として，次のような問題を提示している。この問題を例にして，数学的モデリング活動の過程を説明する。

《「パイプラインは，油田装置（海底に穴をあけて）と海岸線にある精油所とをつなぐためにつくられます。コストをできる限り安くするためには，パイプラインをどのようにつなげばよいでしょう。ただし，パイプラインは「陸上に」つくる場合と「海底に」つくる場合ではコストが異なるので，最もコストの安いつなぎ方は，パイプの長さが最短になるときとは限りません。適当に条件を設定して，その条件のもとでどういうつなぎ方がよいか詳しくレポートにまとめましょう。」》(p.7)

<u>①　条件整理の段階</u>

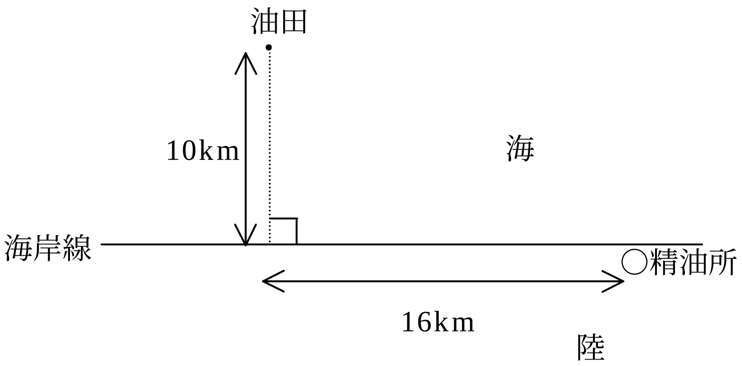
この問題を解決するために，条件整理を行い「現実モデル」を作成する必要がある。彼は，次のような条件を設定することを求めている。

Ⅰ) 場面を三次元から二次元へと単純化する
Ⅱ) 海岸線を直線として理想化する
Ⅲ) 精油所の位置を海岸線上にあると理想化する
Ⅳ) 油田装置と海岸線までの距離，及び精油所と油田装置までの距離を固定する
Ⅴ) パイプラインをつくる際のコスト（陸上部分，海底部分）を固定する

そして，この条件のもとで，「現実モデル」を作成する。

「油田装置と精油所は，次のような位置にある。二つを結ぶパイプライ

ンをできるだけ安く作りたい。どのような経路でパイプラインを作ればよいか。ただし，海底部分のパイプラインは，陸上部分のパイプラインより丈夫に作らなければならないため，2 倍の費用がかかる。」

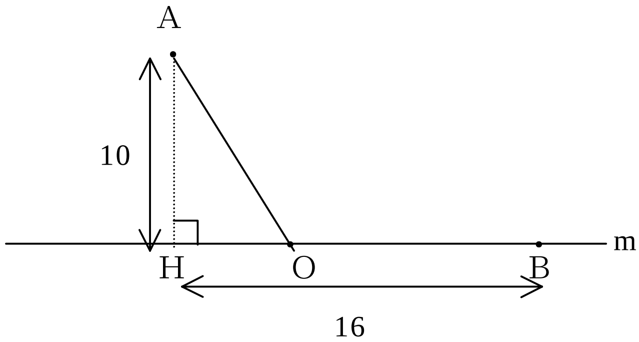


② 定式化の段階

この現実モデルを定式化して数学モデルを作成する。

点Aと直線 m との距離は 10 である。点Aから直線 m へ下した垂線の足を点Hとする。ＨＢ＝16 となる点Ｂを直線 m 上にとる。パイプラインを作るための費用は，2ＡＯ＋ＢＯが最短のとき，最小となる。

直線 m 上の点Ｏについて，2ＡＯ＋ＢＯの値が最小になる点Ｏの位置を定める。



③　数学的処理の段階

（処理方法 1）

点Hを原点とし，点Oの座標を（x，0）とすると，

$$2\mathrm{AO}+\mathrm{BO}=2\sqrt{x^2+10^2}+(16-x)$$

$$f(x)=2\sqrt{x^2+10^2}+(16-x)$$

と，おくと，

$$f'(x)=\frac{2x}{\sqrt{x^2+100}}-1$$

増減表をかくと，

x	0	…	$\sqrt{\frac{100}{3}}$	…
$f'(x)$		－	0	＋
$f(x)$		↘	最小値	↗

したがって，

$$x=\sqrt{\frac{100}{3}}$$

のとき，$f(x)$ の値は最小になる。

よって，求める点Oは

$$\mathrm{HO}=\sqrt{\frac{100}{3}}$$

となる位置にある。

この処理方法は，微分法を使用しているため，中学生には困難な解法である。

次に，中学生でも扱うことができる方法を示す。

（処理方法 2）

処理方法 1 と同じように，次の式を立てる。

$$2\mathrm{AO}+\mathrm{BO}=2\sqrt{x^2+10^2}+(16-x)=f(x)$$

この $f(x)$の最小値を求めるために，x と $f(x)$の値の対応表を作成する。

まず，次のように対応表を作成する。

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$f(x)$	36.00	35.10	34.40	33.88	33.54	33.36	33.32	33.41	33.61	33.91	34.28

これより，5＜ x ＜7 の範囲に $f(x)$の最小値があると予測できる。さらに，x の範囲を狭めるために，次のような対応表を作成する。

x	5.0	5.1	5.2	5.3	5.4	5.5	5.6	5.7	5.8	5.9	6.0
$f(x)$	33.3607	33.3508	33.3424	33.3354	33.3297	33.3254	33.3225	33.3209	33.3206	33.3215	33.3238

6.1	6.2	6.3	6.4	6.5	6.6	6.7	6.8	6.9	7.0
33.3273	33.3321	33.3381	33.3453	33.3537	33.3633	33.3741	33.3859	33.3990	33.4131

これにより，5.7＜ x ＜ 5.9 の範囲に $f(x)$の最小値があると予測できる。

この手順を繰り返して，対応表を次々と作っていけば，より正確な x の値を求めることができる。

④　解釈・吟味の段階

数学的結果を解釈・吟味して，現実の問題に答えを出す過程である。

処理方法 1 で求めた結果を利用すると，精油所から $\left(16-\sqrt{\frac{100}{3}}\right)$ km の場所に中継施設（海底部分のパイプラインと陸上部分のそれとをつなぐ施設）を作ればいいことになる。しかし，実際の工事において，寸法を示すときに無理数を用いることはない。その場面に応じて，適切な近似値を求めて使用することになる。例えば，設計をする段階では，最小単位はミリメートルであると決められているとする。すると，$\left(16-\sqrt{\frac{100}{3}}\right)$ ＝10.22649731…であるので，実際の工事では，精油所から中継施設までの距離は 10.226497km であると近似することになる。

処理方法 2 を利用した場合，最初は，「精油所から 9km 以上 11km 以下」という答えが求められる。しかし，上記と同様，設計の段階でミリメートルの単位までの精度を求められている場合は，次々と対応表を作成していき，ミリメートルの単位までの値を求めることになる。

⑤　再循環

最初の条件設定では，海底部分のパイプラインは陸上部分のパイプラインに比べ 2 倍の費用がかかるとした。しかし，海底部分の工事には時間がかかることを考慮に入れると，その分，人件費がかさむため，海底部分の工事費用はさらに高くなることがわかったとしよう。例えば，人件費を考慮に入れたりすると，海底部分は陸上部分の 3 倍の費用がかかることがわかったとする。すると，3ＡＯ＋ＢＯを最短とするように，「現実モデル」を修正しなければならない。

また，実際の工事では，多くの場合には工事期限があり，その期限内で完成させることが最優先される場合が少なくない。そこで，例えば，次のように条件を変えてみる。

Ⅰ) パイプラインを作る費用は，海底部分は陸上部分の 2 倍かかる
Ⅱ) 陸上部分では一ヶ月あたり 10km，海底部分では一ヶ月あたり 1km のペースでパイプラインを作ることができる
Ⅲ) 工事期間は最大 12 ヶ月とする
Ⅳ) 陸上部分と海底部分の工事は同時にはできない
Ⅴ) この工事期間のなかで，できるだけ費用を安くしたい

この問題を解決するために，前述の処理方法 1 と同じように処理をする。

パイプラインを作るための総費用 $f(x)$と，工事期間 $g(x)$は，

$$f(x)=2\sqrt{x^2+10^2}+(16-x)$$

$$g(x)=\sqrt{x^2+10^2}+\frac{16-x}{10}$$

となる。

工事期間は 12 ヶ月以内という制限があるため，$g(x)\leqq 12$ となる範囲で，$f(x)$の値が最小になる x を求めることになる。

まず，x のとりうる値の範囲を求める。

$$g(x)=\sqrt{x^2+10^2}+\frac{16-x}{10}\leqq 12$$

より，

$$10\sqrt{x^2+100}+(16-x)\leqq 120$$

$$10\sqrt{x^2+100}\leqq x+104$$

両辺を二乗して整理すると，

$$99x^2-208x-816\leqq 0$$

よって，

$$0\leqq x\leqq \frac{104+20\sqrt{229}}{99}$$

前述の処理方法１より，

$$0\leqq x\leqq \frac{104+20\sqrt{229}}{99}\quad\left(<\sqrt{\frac{100}{3}}\right)$$

の範囲では，$f(x)$は単調減少するので，$f(x)$の値が最小になるのは，

$$x=\frac{104+20\sqrt{229}}{99}$$

のときである。

前述と同様に，ミリメートルの単位まで求めると，「4.107625km」が答えとなる。

このように，工事期限などはじめは考慮に入れていなかった条件を付加すると，求まる答えは変化することがある。

このパイプライン問題には，次の二つの利点がある。

一つには，様々な条件設定を行うことによって，解決過程を再び循環させることが可能となる。それによって，数学的結果を現実世界の知識と照らし合わせて吟味し，現実的な解答を得るようにモデルや数学的結果を修正する練習を行うことができる。

二つ目として，この問題を扱うことは，「数学の問題を解決するときには，解の解釈・吟味の段階で数学的結果を修正することなくそのまま現実の答えにしてよい」と考えている生徒の意識を変えるために役立つであろう。なぜなら，パイプライン問題は現実的な場面を採りあげているので，数学的結果をそのまま解答にするなど現実を無視して答えを導くことは無意味である，ということを指導できる機会になるからである。

しかし，このパイプライン問題の大きな問題点は，この問題が中学生にとって真に現実の問題であるとはいえないということである。なぜなら，パイプラインを建設するということは，中学生の日常生活の中では起こり得ないので，中学生にとって追求

する必要のある問題ではないからである。また，別の問題点として，数学的モデリング活動では，解釈・吟味の段階において，数学的結果を現実の世界と照らし合わせて解釈・吟味をする必要があるけれども，この問題では，中学生は，数学的結果が正しいかどうかを実際に検証することができないということがある。

2.大澤(1996)のリレー問題

大澤(1996)は,「運動会の全員リレーに勝ちたい。どうしたらよいか」という問題を用いて,数学的モデリング活動を中学生に指導した実践報告をしている。この問題を用いて,数学的モデリング活動の過程を追っていく。

①　条件整理の段階

リレー競技でできるだけ早くゴールするためには,様々な要因を考慮する必要がある。例えば,各走者の走る能力,走る順番,バトンパスの善し悪しなどである。そこで,大澤は,次のように焦点を絞った。それは,「次走者(バトンを受け取る走者)は,前走者(バトンを渡す走者)がどの位置に来たときにスタートすればよいかを見つけること」である。

前走者と次走者の走る様子を次のように設定する。

一,前走者は,一定の速さ(毎秒 6m)で走る

二,次走者は,加速していく。その様子は次のように設定する

時間(秒)	0	1	2	3
距離(m)	0	2	8	18

また,リレーゾーン(バトンの受け渡しができる区域)は,スタートラインから前後 10mとする。

そして,最も理想的なバトンパスは,前走者と次走者の走る速さが同じになったときであるとする。

②　定式化の段階

これを定式化して,数学モデルを作成する。

前走者は,毎秒 6mの一定の速さで走ってくることとする。また,次走者がスタートしてからの時間 x(秒)と走る距離を y(m)の関係は,スタ

ート直後の 3 秒間は，$y=2x^2$ とする。二人の走る速さが同じになったときに，バトンパスを行うためには，前走者がどの位置に来たときに次走者が走り始めればよいか。

ここでは，前走者の走る様子が，時間と距離の一次関数でモデル化されている。また，次走者の走る様子が，二次関数でモデル化されている。

③　数学的処理の段階

（処理方法 1）

前走者が次走者の a（m）手前まで来たときに，次走者がスタートすることにする。次走者がスタートする位置を基準にすると，次走者がスタートしてから x 秒後の前走者の位置 y_1 は,

$$y_1=6x-a \cdots ①$$

となる。また，次走者の位置 y_2 は,

$$y_2=2x^2 \quad (0<x<3) \cdots ②$$

となる。

ここで知りたいのは，①と②のグラフが接するときの，a の値である。①と②のグラフが接するためには,

$$6x-a=2x^2$$

が重解を持てばよい。重解条件より,

$$6^2-4\times 2a=0$$

よって，$\underline{a=4.5}$

この方法は，中学生への指導内容の範囲を超えている。そのため，中学生でも扱える方法を，次に示す。

（処理方法 2）

前走者の走る速さは毎秒 6mと一定であるので，次走者の走る速さが毎秒 6mになるのが，走りはじめてから何秒後であるかがわかればよい。そのために，表のように

各区間ごとに平均の速さを求める。

<table>
<tr><td>時間 x（秒）</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">1</td><td colspan="2">2</td><td colspan="2">3</td></tr>
<tr><td>距離 y（m）</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">2</td><td colspan="2">8</td><td colspan="2">18</td></tr>
<tr><td>平均の速さ（m/秒）</td><td></td><td colspan="2">2</td><td colspan="2">6</td><td colspan="2">10</td><td></td></tr>
</table>

さらに，x の値の間隔を小さくして，表を作り直す。

<table>
<tr><td>時間 x（秒）</td><td colspan="2">1.3</td><td colspan="2">1.4</td><td colspan="2">1.5</td><td colspan="2">1.6</td><td colspan="2">1.7</td></tr>
<tr><td>距離 y（m）</td><td colspan="2">3.38</td><td colspan="2">3.92</td><td colspan="2">4.5</td><td colspan="2">5.12</td><td colspan="2">5.78</td></tr>
<tr><td>平均の速さ（m/秒）</td><td></td><td colspan="2">5.4</td><td colspan="2">5.8</td><td colspan="2">6.2</td><td colspan="2">6.6</td><td></td></tr>
</table>

平均の速さが毎秒 6mになるところがないので，x の値を変えて表を作り直す。

<table>
<tr><td>時間 x（秒）</td><td colspan="2">1.25</td><td colspan="2">1.35</td><td colspan="2">1.45</td><td colspan="2">1.55</td><td colspan="2">1.65</td></tr>
<tr><td>距離 y（m）</td><td colspan="2">3.125</td><td colspan="2">3.645</td><td colspan="2">4.205</td><td colspan="2">4.805</td><td colspan="2">5.445</td></tr>
<tr><td>平均の速さ（m/秒）</td><td></td><td colspan="2">5.2</td><td colspan="2">5.6</td><td colspan="2">6.0</td><td colspan="2">6.4</td><td></td></tr>
</table>

これより，次走者の平均の走る速さが毎秒 6mになるのは，走りはじめてから 1.45～1.55 秒の区間であることがわかる。そこで，近似的に，この区間の真ん中の「1.50秒後」に次走者の走る速さが毎秒 6mになると考える。

$$y=2\times1.5^2$$
$$=4.5$$

より，このときの次走者は，スタート地点より 4.5mのところにいることになる。

次に，前走者は，1.5 秒間に

$$6\times1.5=9$$

より，9m走る。

したがって，次走者が毎秒 6mに達したときに，前走者からバトンをもらうためには，

$$9-4.5=4.5$$

より，前走者が，4.5m手前に来たときにスタートすればよい。

④　解釈・吟味の段階

数学的結果を解釈・吟味して，現実の問題の解答を求める段階である。

数学的結果より，前走者がスタート地点より 4.5m手前に来たときに，次走者はスタートすればいいということになる。

ところが，次走者がスタートしてバトンをもらうまで 4.5m走ってしまうので，バトンゾーンの終点よりも少なくとも 4.5m手前で，前走者を待っていることが必要である。したがって，単に，前走者が 4.5m手前に来たときなら，バトンゾーンのどこからスタートしてもよいわけではなく，少なくともバトンゾーンの終点よりも 4.5m手前で待ちうけるという条件が付加される。

⑤　再循環

上の結果を用いて，実際に，生徒たちにリレー競技を行わせてみれば，その解決が有効なものであるかどうかを身をもって体験させることができる。しかし，大抵の場合，この解答どおりのバトンパスでは，うまくいかないであろう。

条件整理の段階で，前走者と次走者の走る様子を，次のように設定した。

Ⅰ）前走者は，一定の速さ（毎秒 6m）で走る。

Ⅱ）次走者は，加速していく。その様子は次のように設定する。

時間（秒）	0	1	2	3
距離（m）	0	2	8	18

しかし，人の走る速さはそれぞれ異なるため，この条件設定は，全ての走者にあてはまるものではない。実際に各自が走ってみて，タイムを測定し，より現実に近い条件設定を行う必要が生じる。

この問題を取り扱う最大の利点は，実際にリレーを行い，生徒が数学的結果の妥当性を検証できるという点である。これにより，現実の事象から数学的モデルを作成する「定式化」の段階や，数学的結果から現実の答えを導く「解釈・吟味」の段階において，現実の世界と数学の世界を行ったり来たりする練習が可能となる。これは，数

学的モデリング活動の大きな特徴の一つである現実の世界と数学の世界とのやりとりを経験できるということである。また，リレー問題は，パイプライン問題よりも生徒にとって身近な問題であり，多くの生徒にとって現実の問題として解決する価値のある問題となりうる問題である。

3.モップがけ問題

中学生にとって真に現実的な問題であり，しかも数学的処理が比較的容易であるような問題として，次のような問題が考えられる。

「体育館のモップがけを一人で行う。できるだけ早く作業を終了させたい。どのようにモップをかけたらよいか。」

① 条件整理の段階

この問題を解決するために，次のような条件を設定する。

Ⅰ）体育館の大きさを縦 30m，横 50mとする。

Ⅱ）モップの幅を 1mとする。

Ⅲ）モップをかける際の歩く速さを毎秒 2mとする。

Ⅳ）180°のターンをするのに 3 秒，90°のターンをするのに 1 秒かかるとする。

Ⅴ）一人でモップがけをするとする。

② 定式化の段階

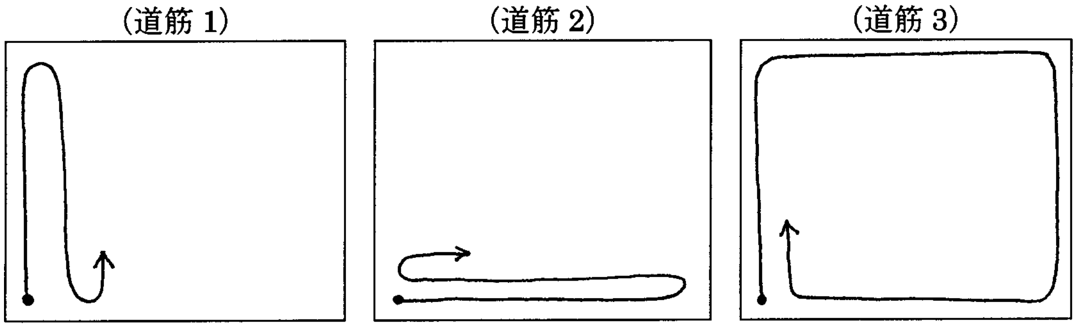
180°ターンの回数を x 回，90°ターンの回数を y 回とする。どのような道筋でモップをかけても，モップを持って歩く距離は 1500mであるため，モップがけに必要な時間Tは，次の式でモデル化することができる。

$$T=(1500\div 2)+3\times x+1\times y$$

③ 数学的処理の段階

モップをかける道筋は数多く考えられる。しかし，いずれの場合もモップをかける

長さは 1500mと一定であるので，できるだけ早く作業を終わらせるためには，ターンをするためにかかる時間を少なくすればよい。そこで，次の三通りの道筋について，それぞれにかかる時間を求めることにする。



道筋 1 は，体育館の短い方をモップがけして壁まで到達すると，180° ターンをして，再びモップがけする方法である。道筋 2 は，体育館の長い方を壁までモップがけして，180°ターンする。道筋 3 は，まず，短い方を壁までモップがけして，壁に到達すると 90°ターンする。これを繰り返し，渦巻き状にモップがけを行う。

それぞれの道筋にかかる時間を求める。

道筋 1 は，180°ターンを 49 回行うことになるので，T＝750＋3×49＝897 となる。

同様に，道筋 2 は，180°ターンを 29 回行うことになるので，T＝750＋3×29＝837 となる。道筋 3 は，90°ターンを 57 回，180°ターンを 1 回行うことになるので，T＝750＋3×1＋1×57＝810 となる。

④　解釈・吟味の段階

数学的結果は，次のようなる。

道筋	1	2	3
かかる時間（秒）	897	837	810

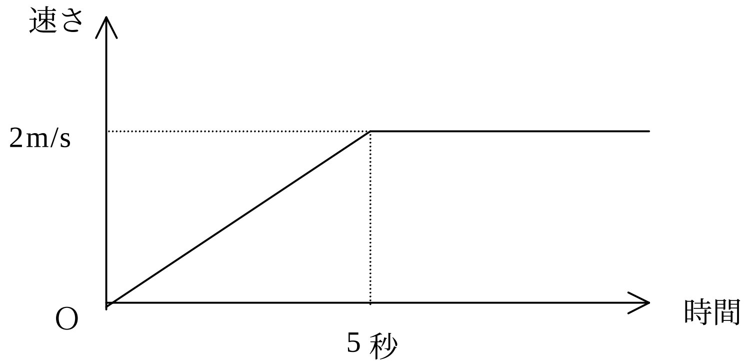
これより，道筋 3 が，最も早く作業を終了することができる。

⑤　再循環

実際にモップがけを行ってみて，上の解答が正しいかどうかを検証してみる。す

ると，必ずしも道筋 3 が最も早いモップがけの方法ではないことも起こり得よう。これは，考慮すべき条件が抜けていたためであると考えられる。例えば，モップをかけるときに，スタートした直後と，スタート後暫く経ってからでは，進む速さには差がある。したがって，ターンによって，再スタートを何度もすることが，全体としての作業時間に大きく影響することが充分に考えられるのである。

そこで，仮に，スタートしてからの時間と進む速さの様子が，次のように設定できたとしよう。



つまり，スタートしてから 5 秒間は徐々に進む速さが早くなり，5 秒後以降は，毎秒 2mの一定の速さで進むことにする。

この条件のもとに，道筋 1 から 3 のそれぞれにかかる総時間を再計算してみると，次のようになる。

道筋	1	2	3
かかる時間（秒）	1022	912	957

この条件のもとでは，道筋 2 が最も早く作業が終了する。

もちろん，上の定式化の段階で用いた「進む速さ」や「ターンに要する時間」は架空の値である。また，これだけの作業を一人で行うと，生身の人間は疲れてペースが落ちるため，そのことも考慮に入れるのが，より現実的であろう。

おわりに

本研究では，まず，先行研究にも述べられている「生徒は文章題解決の際に現実的な解答をしない傾向がある」ということに焦点をあて，日本の中学生にもこれと同様の傾向があることを調査によって確認した。さらに，現実的に解決するために必要な「現実世界の知識」に着目し，現実世界の知識を保有していないために現実的な解答ができない場合と，それを保有しているにも関わらず現実的な解答ができない場合があることを明らかにした。

また，現行の教科書はノンルーティンな文章題をほとんど扱っていないことを指摘し、現実の問題を数学を用いて解決する数学的モデリング活動の教材案として、三つの具体例を提案した。

最後になりましたが，本研究を進めるにあたり，懇切丁寧な御指導をいただきました國岡高宏先生に，心より感謝申し上げます。また，論文全体にわたり貴重な御助言をいただきました﨑谷眞也先生，加藤久恵先生，そして，様々な機会を通じて研究への示唆を与えてくださいました数学教室の先生方，数学教育セミナーの皆様に感謝申し上げます。また，貴重な研修の機会を与えてくださいました京都府教育委員会，山城教育局，城陽市教育委員会，そして，いつも適切なアドバイスをいただきました京都府教育庁学校教育課の加賀爪毅先生，また，お忙しいなか調査に御協力いただきました兵庫県及び京都府の各中学校の諸先生方に感謝申し上げます。

平成 12 年 12 月 20 日

【引用・参考文献】

Blum,W., & Kirsch, A.(1989). "The problem of the graphic artist", In W. Blum.(Eds.), *British library cataloguing in publication data*, Ellis horwood limited, (pp.129-125), England.

Goldin, G. A., & Kaput, J. J.(1996). "A joint perspective on the idea of representation in learning and doing mathematics", In Steffe, L. P. et al.(Eds.), *Theories of mathematical learning*, (pp.397-430), New Jersey: Lawrence Erlbaum.

Greer, B.(1993). "The mathematical modeling perspective on wor(l)d problem", *Journal of mathematical behavior*, 12, pp.239-250.

Greer, B.(1997). "Modelling reality in mathematics classrooms: the case of word problems", *Learning and Instruction*, Vol.7, No.4, pp.293-307.

Kieran, C.(1992). "The learning and teaching of school algebra", In Grouws, D.A.(Eds.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, National Council of Teachers of Mathematics., pp.390-419, New York: Macmillian.

Mayer, R. E.(1982). "Memory for algebra story problems", In Ball, S.(Eds.), *Journal of educational psychology*, 74, No.2, American Psychological Association, Inc., pp.199-216, Washington, D. C.

Reusser, K., & Stebler, E.(1997). "Every word problem has a solution – The social rationality of mathematical modeling in schools", *Learning and Instruction*, Vol.7, No.4, pp.309-327.

Saljo, R.(1991). "Learning and mediation: Fitting reality into a table", *Learning and Instruction*, Vol.1, pp.261-272.

Verschaffel, L., De Corte, E., & Lasure, S.(1994). "Realistic considerations in mathematical modeling of school arithmetic word problems", *Learning and Instruction*, Vol.4, pp.273-294.

Verschaffel, L., & De Corte, E.(1997a). "Teaching realistic mathematical modeling in the elementary school: A teaching experiment with fifth graders", *Journal for*

Research in Mathematics Education, Vol.28, No.5, pp.577-601.

Verschaffel, L., & De Corte, E., & Borghart, I.(1997b). “Pre-service teachers’ conceptions and beliefs about the role of real-world knowledge in mathematical modeling of school word problems”, *Learning and Instruction*, Vol.7, No.4, pp.339-359.

Verschaffel, L.(2000). “Real-world knowledge and the modeling of school word problems”, *Abstracts of plenary lectures and regular lectures*, The 9th International congress on mathematical education, pp.118-119.

Wyndhamn, J., & Saljo, R.(1997). “Word problems and mathematical reasoning－A study of children’s mastery of reference and meaning in textual realities”, *Learning and Instruction*, Vol.7, No.4, pp.361-382.

Yoshida, H., Verschaffel, L., & De Corte, E.(1997). “Realistic considerations in solving problematic word problems: Do Japanese and Belgian children have the same difficulties?”, *Learning and Instruction*, Vol.7, No.4, pp.329-338.

芦田俊彦(2000a),「数学的モデリングの導入に関する考察」, 全国数学教育学会第 12 回研究発表会, 第 27 回近畿数学教育学会例会, 発表資料.

芦田俊彦(2000b),「数学的モデリングの導入に関する考察－中学校への導入を中心として－」, 日本数学教育学会,『第 33 回数学教育論文発表会論文集』, pp.199-204.

池田敏和, 浜泰一(1992),「高等学校数学科における数学的モデリングの事例的研究」, 日本数学教育学会,『日本数学教育学会誌数学教育』, 第 74 巻, 第 7 号, pp.238-246.

池田敏和, 山崎浩二(1993),「数学的モデリングの導入段階における目標とその授業展開のあり方に関する事例的研究」, 日本数学教育学会,『日本数学教育学会誌数学教育』, 第 75 巻, 第 1 号, pp.26-32.

池田敏和(1999),「数学的モデリングを促進する考え方に関する研究」, 日本数学教育学会,『日本数学教育学会誌論究』, 第 81 巻, pp.3-17.

伊藤武(1968),『文章題指導の現代化－その構造化を目指して－』, 明治図書.

上野隆司(1994),「文章題における解の解釈についての研究」,日本数学教育学会,『第 27 回数学教育論文発表会論文集』, pp.347-352.

上野隆司(1995),「文章題における解の解釈の様相」, 上越教育大学数学教室,『数学教育研究』, 第 10 号, pp.43-52.

上之山達朗(1999),「算数教育における知的に自律した能力を高める指導のあり方に関する研究」，日本数学教育学会,『第 32 回数学教育論文発表会論文集』，pp.343-348.

大澤弘典(1996),「現実場面に基づく問題解決－グラフ電卓を利用した合科的授業展開を通してー」，日本数学教育学会,『日本数学教育学会誌』，第 78 巻，第 9 号，pp.16-20.

大澤弘典(1998),「数学的モデリングにグラフ電卓の利用を図った教材例」,『日本数学教育学会誌』， 第 80 巻， 第 9 号， pp.30-33.

加藤竜吾(1999a),「新教育課程における数学科と理科との関連について（第２報）」，日本数学教育学会編,『第 32 回数学教育論文発表会論文集』，pp.403-408.

加藤竜吾(1999b),「理科実験を利用した関数教材の開発に関する一考察」，日本数学教育学会，第 32 回数学教育論文発表会論文発表・ポスターの部補助資料.

加藤竜吾(2000),「発達段階における子どもの文章題解法の思考変化に関する研究：高校生による質問紙調査の結果から」，日本数学教育学会,『第 33 回数学教育論文発表会論文集』，pp.223-228.

カミイ，C.著，平林一榮監訳，井上厚，成田錠一，福森信夫編訳(1987),『子どもと新しい算数　ピアジェ理論の展開』，北大路書房.

木下昌久(1996),『中学校数学における文章題の立式過程についての研究』，兵庫教育大学大学院修士論文.

銀林浩(1985),『算数・数学教育の最前線』，明治図書.

銀林浩(1995a),「文字のイメージと方程式の取り扱い」，数学教育協議会編,『数学教室』，No.524，pp.64-69，国土社.

銀林浩(1995b),「方程式は問題解決に役立っているか？」，数学教育協議会編,『数学教室』，No.525，pp.68-73，国土社.

熊谷光一，広瀬直子，磯野正人，坪川淳助(1998),「グラフ電卓を用いた数学的活動の特徴について：缶の問題をてがかりに」，上越教育大学数学教室,『上越数学教育研究』，第 13 号，pp.1-12.

国立教育研究所(1990),「学習到達度に関する分析的研究ー個別学習方式と一斉指導方式の違いが及ぼす教育効果の検討Ⅱー」,『国立教育研究所紀要』，第 118 集.

国立教育研究所(1991),「数学教育の国際比較－第 2 回国際数学教育調査最終報告

ー」,『国立教育研究所紀要』, 第 119 集.
国立教育研究所(1996),『国立教育研究所紀要第 126 集　小・中学生の算数・数学, 理科の成績一第 3 回国際数学・理科教育調査国内中間報告書一』, 東洋館出版社.
国立教育研究所(1997),『中学校の数学教育・理科教育の国際比較一第 3 国際数学・理科教育調査報告書一』, 東洋館出版社.
小寺隆幸(1997),「現実の事象をモデル化を通して数学の有用性を理解させる指導の在り方」, 日本数学教育学会,『第 30 回数学教育論文発表会論文集』, pp.433-438.
佐伯昭彦, 氏家亮子, 槻橋正見(1996),「数学と物理とを関連づけた実験・観察型授業の設計」, 日本数学教育学会,『第 29 回数学教育論文発表会論文集』, pp.517-522..
佐伯昭彦, 氏家亮子(1998),「数学的モデリングを重視した総合カリキュラムー身近な物理現象を数学的にモデル化する授業ー」,『日本数学教育学会誌』, 第 80 巻, 第 9 号, pp.150-157.
佐伯昭彦, 氏家亮子, 槻橋正見(1999),「実現象データを解釈する数学的モデリング能力の段階について」, 日本数学教育学会,『第 32 回数学教育論文発表会論文集』, pp.495-500.
佐藤泰夫, 佐藤純(1998),『数学とは何だろう一文化としての数学一』, 森北出版.
澤田利夫(1997),「教科に対する児童・生徒の意識」, 平成 8 年度科学研究補助金（基盤研究 A-(2)）研究成果報告書,『数学・理科の教師教育プログラムの開発に関する実証的研究』, 国立教育研究所.
算数興味調査委員会(1998),「児童の算数に対する意識」, 日本数学教育学会,『日本数学教育学会誌』, 第 80 巻, 第 6 号, pp.97-107.
塩田直之(1993),「問題場面の解釈による問題の再定式化－不等式の文章問題を例としてー」, 日本数学教育学会,『第 26 回数学教育論文発表会論文集』, pp.299-302.
竹下和博(1993),「文章題解決における言葉と表現の果たす役割　Ⅰ－四則記号に対して連想される言葉に関する調査ー」,『数学教育学研究紀要（西日本数学教育学会）』, 第 19 号, pp.85-92.
竺沙敏彦(2000a),「文章題解決における解の吟味に関する調査」, 全国数学教育学会,『数学教育学研究』, 第 6 巻, pp.119-124.
竺沙敏彦(2000b),「現実的な問題解決のための新しい教授プログラムの試み－文章題を解く際に必要な現実世界の知識に関連してー」, 新算数教育研究会編,『新しい

算数研究』，8 月号，通巻 355 号，東洋館出版社.
竺沙敏彦(2000c),「文章題解決における現実的な解答と現実世界の知識に関する調査ー現実的な解答に必要な現実世界の知識に着目してー」，日本数学教育学会,『第 33 回数学教育論文発表会論文集』，pp.241-246.
中学校教科書(1992),『新しい数学 1』，東京書籍.
中学校教科書(1992),『中学校数学 1』，大日本図書.
中学校教科書(1992),『新版中学数学 1』，教育出版.
中学校教科書(1992),『中学校数学 1』，学校図書.
中学校教科書(1992),『数学 1 年』，啓林館.
中学校教科書(1992),『中学数学 1』，大阪書籍.
中学校教科書(1992),『新訂新しい数学 1』，東京書籍.
中学校教科書(1992),『数学 3 年』，啓林館.
中学校教科書(1992),『中学校数学 3』，大日本図書.
中村昌平(1999),「算数・数学授業における教室文化に関する考察」，全国数学教育学会,『数学教育学研究』，第 5 巻，pp.9-15.
布川和彦(1999),「算数･数学の授業における意外性　解決過程の図式を視点として」，上越教育大学数学教室,『上越数学教育研究』，第 14 号，pp.11-20.
平林一榮(1990),「情報化社会に応ずる算数教育」，新算数教育研究会編,『新しい算数科･教材の本質とその究明―社会の情報化に対応できる基礎的な能力の育成―』，東洋館出版社，pp.151-159.
平林一榮(2000),「授業って何だ，数学教育における認識論的授業論」，第 28 回近畿数学教育学会例会発表資料.
廣田良治(1996),『中学校数学における代数教材に関する研究』，兵庫教育大学大学院学位論文.
藤原大樹(1999),「「文章題」を用いた数学的モデリングの指導に関する研究ー条件・仮定を振り返る活動に焦点を当てて」，日本数学教育学会,『第 32 回数学教育論文発表会論文集』，pp.477-482.
ポリア, G. 著(1944)，柿内賢信訳,『いかにして問題をとくか』，丸善.
松嵜昭雄，磯田正美(1999),「数学的モデリングにおける理解深化に関する一考察ークランク機構の関数関係の把握ー」,『日本数学教育学会誌』，第 81 巻，第 3 号，

pp.78-83.
三輪辰郎(1983),「数学教育におけるモデル化についての一考察」, 筑波大学数学教室,『筑波数学教育研究』, 第 2 号, pp.117-125.
森園子, 長崎栄三, 瀬沼花子(1998),「算数・数学教育に対する保護者の意識」, 日本数学教育学会,『日本数学教育学会誌』, 第 80 巻, 第 3 号, pp.40-47.
森園子, 長崎栄三, 瀬沼花子(1998),「算数・数学教育に対する保護者の態度の研究」, 国立教育研究所,『算数・数学教育に対する保護者の態度』, pp.31-42.
文部省(1998),『中学校学習指導要領（平成 10 年 12 月）』.
文部省(1999a),『中学校学習指導要領（平成 10 年 12 月）解説―数学編―』, 大阪書籍.
文部省(1999b),『中学校学習指導要領（平成 10 年 12 月）解説―総則編―』, 東京書籍.
柳本哲(1996),「中学校における数学的モデリングについて－給水タンクを事例として－」,『日本数学教育学会誌』, 第 78 巻, 第 5 号, pp.110-117.
山田祐樹(1999),「数学的知識の活用に関する一考察」, 全国数学教育学会,『数学教育学研究』, 第 5 巻, pp.69-75.
山田祐樹(1998),「数学的問題解決における知識の想起に関わる要因」, 全国数学教育学会,『数学教育学研究』, 第4巻, pp.123-128.
芳沢光雄(1995),『数学が日本を救う！』, 総合法令出版.

資　料

資料①	調査 1	調査用紙
資料②	調査 2	調査用紙 1 調査用紙 2

資料①

調査１

調査時期　1999 年 12 月上旬

調査対象　京都府公立中学校 3 年生

調査時間　40 分間

用紙サイズ　A4 版

調査用紙

　Ａグループ用　（掲載）

　Ｂグループ用

<u>（調査１）Ａグループ用</u>

調　査　問　題 A

(1999 年 12 月実施)

注　意　事　項

〇このテストは成績には一切関係はありません。

〇テスト時間は 40 分間です。

〇問題をよく読み，指示に従って解答を記入してください。

〇問題を解くために使う式や言葉による説明は全て解答欄に記入してください。

〇<u>消しゴムは使わないでください</u>。もし，訂正したい場合は次のように線を引いて，空いているスペースに書き直してください。

(例)　５＋３＝~~１２~~
８

3 年(　　　)組(　　　)番　氏名(　　　　　　　　　　　　　　　　　　)

次の問題に答えなさい。

(問題 1)１０mのリボンを４人で分けると，一人あたり何mになりますか。

(解答欄)

次の問題に答えなさい。

(問題２) ある工場で，260 個の製品を箱詰めすることになりました。一箱 40 個入りの箱に詰めていくことにすると，箱はいくつ必要になりますか。

(解答欄)

次の問題に答えなさい。

(問題 3) Ａは 7100 円，Ｂは 3150 円の貯金があります。来月から２人とも，毎月 100 円ずつ貯金すると，Ａの貯金がＢの貯金のちょうど２倍になるのは何ヶ月後でしょうか。ただし，貯金の利息は考えないことにします。

(解答欄)

次の問題に答えなさい。

(問題 4)正方形の縦の長さを 2cm，横の長さを 8cm 短くした長方形を作ると，その面積は 7cm^{2}になった。もとの正方形の一辺の長さを求めなさい。

(解答欄)

次の問題に答えなさい。

(問題 5)ある畑を一人で耕すと１時間で４㎡耕すことができる。
では，60 人で７月１日の正午に作業を始めると，1200 ㎡の畑を耕し終えるのは何月何日の何時になるか求めなさい。

(解答欄)

次の問題に答えなさい。

(問題 6)弟が家を出てから 10 分たって，兄が同じ道を追いかけました。
弟の歩く速さを毎分 240m，兄の速さを毎分 80mとすると，兄は出発後何分で弟に追いつくでしょう。

(解答欄)

資料②

調査２

調査時期　2000 年 7 月上旬

調査対象　兵庫県公立中学校 2，3 年生

　　　　　京都府公立中学校 2，3 年生

調査時間　調査用紙 1　30 分間

　　　　　調査用紙 2　15 分間

用紙サイズ　Ｂ5 版に縮小して使用

調査用紙１（4 種類作成）

2 年生　A グループ用　（掲載）

2 年生　B グループ用

3 年生　A グループ用

3 年生　B グループ用

調査用紙 2（2 種類作成）

2，3 年生共通　A グループ用　（掲載）

2，3 年生共通　B グループ用

（調査 2）調査用紙１　２年生 A グループ用

調　査　問　題 1-2A

注　意　事　項

〇このテストは成績には一切関係はありません。

〇テスト時間は 30 分間です。

〇問題をよく読み，指示に従って解答を記入してください。

〇問題を解くために使う式や言葉による説明は全て解答欄に記入してください。

〇消しゴムは使わないでください。もし，訂正したい場合は次のように線を引いて，空いているスペースに書き直してください。

(例)　５＋３＝~~１２~~
８

出席番号　(　　　　)番

次の問題に答えなさい。

（問題 1）ある学校で，260 人がバスで遠足に行くことになった。
一台 40 人乗りのバスで行くことにすると，バスは何台必要になるか。

（解答欄）

次の問題に答えなさい。

（問題２）次の式の答えとして正しいものを選び，○印をつけなさい。

$$\frac{3}{4}+\frac{8}{3}+\frac{11}{8}$$

（選択肢）

① $\frac{22}{15}$

② $\frac{43}{24}$

③ $\frac{91}{24}$

④ $\frac{115}{24}$

次の問題に答えなさい。

（問題３）Ａ君には 12 人の友人がいる。同じクラスのＢ君には 19 人の友達がいる。Ａ君とＢ君は合同で誕生日パーティーを開くことに決めた。それぞれが友達全員を招待し，招待した全員がパーティーに参加した。パーティーに参加した友達は全部で何人か。

（解答欄）

次の問題に答えなさい。

（問題４）弟が家を出てから10分たって，兄が同じ道を追いかけた。
弟の進む速さを毎分240m，兄の進む速さを毎分80mとすると，兄は出発後何分で弟に追いつくか。

（解答欄）

（問題５）　次の連立方程式の解を求めなさい。

$$\begin{cases} 5(x+y)+7y=-3 \\ 9y-4(x+y)=-32 \end{cases}$$

（解答欄）

次の問題に答えなさい。

（問題６）ある畑を一人で耕すと１時間で４㎡耕すことができる。
では，10 人で耕し始めると，960 ㎡の畑を耕し終えるのは何時間後になるか。

（解答欄）

次の問題に答えなさい。

（問題７）真空中でボールを落とすと，落ち始めてから t 秒後のボールの速さ v (m/秒)は，およそ

$$v = 10\ t$$

の関係が成り立つ。次の問題に答えなさい。

(1)ビルの屋上からボールを落とすと，2秒後のボールの速さは秒速何mか。

(2)上空の飛行機からボールを落とすと，200 秒後のボールの速さは秒速何mか。

（解答欄）

<u>（調査 2）調査用紙２　2、3 年生共通　A グループ用</u>

調　査　問　題 2-2A

注　意　事　項

〇テスト時間は 15 分間です。

〇問題をよく読み，指示に従って解答を記入してください。

〇<u>消しゴムは使わないでください</u>。もし，訂正したい場合は次のように線を引いて，空いているスペースに書き直してください。

(例)　5＋3＝~~１２~~
8

出席番号　(　　　　)番

各問題を読んで、指示に従って答えなさい。

（質問１）
　たくや君は明日から北海道旅行に行きます。旅行にはいつも聴いているＣＤを１０枚持って行くことにしています。ところが，ＣＤケース１個には６枚しかＣＤを入れることができません。全部のＣＤをＣＤケースに入れて持っていくためには，たくや君はＣＤケースを何個用意しなければいけないでしょう。

答え＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

（質問２）
　徹君と修司君は２人で協力して１枚の絵を描こうと思っています。徹君はクレヨンを３色持ってきて、修司君はクレヨンを２色持ってきました。２人は何色の色のクレヨンを使って絵を描くことができたでしょうか。
　次の中で可能性のあるものを選び〇印をつけてください。また，それを選んだわけを説明してください。（あてはまるものが複数ある時は全てに〇印をつけてください。）

①　２色だけ使うことができた
②　３色だけ使うことができた
③　４色だけ使うことができた
④　５色だけ使うことができた
⑤　その他（具体的に：　　　　　　）

選んだわけ（　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　）

（質問３）
　時速100kmで走行しているスポーツカーを、軽自動車で追いかけます。軽自動車が出すことができる最高速度が時速70kmのとき、軽自動車はスポーツカーに追いつけますか。ただし、スポーツカーは時速100kmよりもゆっくり走行することはないとします。
次のいずれかを選び〇印をつけなさい。また，それを選んだわけを説明してください。

①　追いつくことができる
②　追いつくことはできない
③　問題の意味が分からない

選んだわけ（　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　）

（質問４）
　ある陸上選手の100m走のベストタイムは10秒です。この陸上選手は、400mを40秒で走ることができますか。次の中から一つ選び〇印をつけてください。また，それを選んだわけを書いてください。

① 走ることができる
② 走ることはできない
③ 問題の意味が分らない

選んだわけ（　　　　　　　　　　　　　　　　　　）

（質問５）

　雨は雨雲から地上に降ってきます。雨雲には高度が高い雲と低い雲があります。高い雲から降ってきた雨粒と低い雲から降ってきた雨粒について、地上での速さを比較するとどうなるでしょう。

　次の中から選び、いずれか一つに○印をつけてください。また，それを選んだわけを説明してください。

①　高い雲から降ってきた雨粒の方が速い
②　低い雲から降ってきた雨粒の方が速い
③　どちらの雲から降ってきた雨粒も同じ速さである。
④　その他（具体的に：　　　　　　　　）

選んだわけ（　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　）