

文章題解決における現実的な解答と現実世界の知識に関する調査

- 現実的な解答に必要な現実世界の知識に着目して -

竺 沙 敏 彦
兵庫教育大学大学院

生徒は文章題解決に際して、非現実的な解答をする傾向があることが先行研究において指摘されている。しかし、非現実的な解答をする生徒が、必要となる現実世界の知識を保有しているにも関わらずそれを活用することなく解答したのか、それともそもそも現実的に解答するために必要な現実世界の知識を保有していなかったのか、この点は先行研究では明らかにされていない。そこで、中学生を対象に実態調査を行い、現実世界の知識の有無と文章題の解答との関係について分析を試みた。

その結果、現実的に解答できない問題には、解答に必要な現実世界の知識を保有していないために現実的に解答できない場合と、現実世界の知識は保有しているがそれを活用していないため現実的に解答できない場合があることが明らかになった。また、学力差による解答と知識の関係パターンに違いが見られないことも明らかになった。

1.はじめに

Verschaffel ら(1997)は、Third National Assessment of Educational Progress で出題された以下の問題に現実的に解答することができた 13 歳の生徒はわずか 24%であったことを指摘している。

《 1 台のバスに 36 人が乗ることができる。

1128 人が野球場にバスで行くためには、
何台のバスが必要になるか。》

解決過程において正しく計算できた生徒のう

ち約 3 分の 2 の生徒は、「31 と 1/3 台」や「31 台」と実際には 1128 人を運ぶことができない非現実的な解答を行っていた。これは解の吟味の段階において「余った人を乗せるためにバスはもう 1 台必要になる」という現実世界の知識が活用できなかった問題解決の例といえる。

また、Greer(1993)は 13 歳の生徒に次の問題を与え、非現実的な解答をする生徒が多いことを確認した。

《ある競技者の1マイルのベストタイムは4分7秒である。彼が3マイル走るのにどのくらいかかるか。》(p.244)

被験者の約 90%が数学モデルとして正比例モデルを利用して、「12 分 21 秒」と解答した。しかし、これは「人が1マイルのベストタイムで3マイルを走り続けることはできない」という現実世界の知識を無視した解答である。

教科書で扱われている文章題の大部分は、計算結果を吟味せずにそのまま「答え」にしても不都合が生じることはない。しかし、数学的モデリング活動によって現実世界の問題を数学的に解決する場合には、上記の問題のように作成したモデルによっては非現実的な「答え」が生じることがある。そのため数学的モデリング活動では現実世界の知識を活用して現実的な「答え」を導く能力が必要不可欠である。

本稿では現実世界の知識の有無が文章題の解答に及ぼす影響を調査し考察する。

2.調査の概要

Verschaffelら(1997)やGreer(1993)によれば、文章題に対して生徒は、解決過程において現実の状況を考慮せず現実世界の知識を活用できない傾向がある。また、拙稿(2000)においてもそのことが確認された。

しかし、非現実的な解答をする生徒が、必要となる現実世界の知識を保有しているにも関わらずそれを活用することなく解答したのか、それともそもそも現実的に解答するために必要な現実世界の知識を保有していなかったのか、この点は先行研究では明らかにされていない。

そこで今回の調査では、現実世界の知識に基づいて計算結果を吟味・修正する必要がある文章題と、その文章題を解決するために必要な現実世界の知識を直接問う問題を用いて、解答と現実世界の知識の関係を調べることにした。

(1)調査目的

現実世界の知識に基づいて解の修正が必要な文章題を解くときに、生徒は現実世界の知識を活用してどの程度現実的な解決を行うのかを調べる。

文章題に対する現実的な解答と現実世界の知識の有無の間にどのような関係があるかを調べる。

学力差により、解答と現実世界の知識の有無の間にどのような差異があるかを調べる。

(2)調査方法

文脈の異なる5種類の文章題(A問題)を作成し、A問題と構造の似た文章題を5題(B問題)作成した。また、各文章題を解く際に必要と思われる現実世界の知識を直接的に問う問題を作成した(以下、現実知識問題と呼ぶ、付録資料2参照)。

被験者を学年ごとに2グループに分けて(表1)、まず、A、Bいずれかの文章題5問と学力を測定するための問題2問(以下、基準問題と呼ぶ、付録資料1参照)で構成された調査用紙を配布して、30分間で解答させた。その後、現実知識問題5問を15分間で解答させた。

調査時期は2000年7月、調査対象は兵庫県公立中学校3年生67名、2年生55名及び京都府公立中学校3年生30名、2年生29名である。調査時間は全問題を解答するために十分な時間であった。各グループ間に学力の差はなかった。

(表1) 調査対象の人数

	A問題	B問題	合計
3年生	49名	48名	97名
2年生	41名	43名	84名
合計	90名	91名	181名

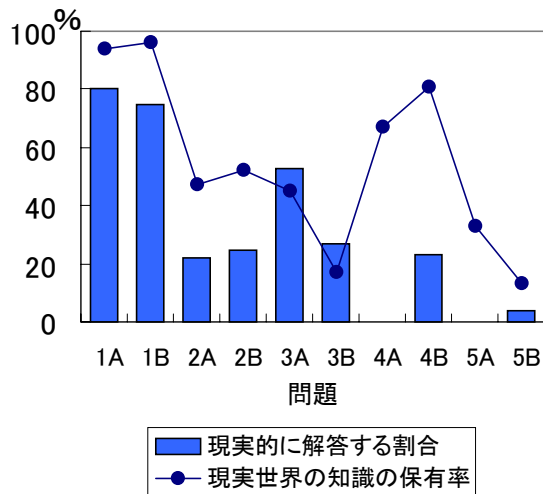
3.調査結果と分析

(1) 問題ごとの文章題の解答と現実知識問題の解答

紙面の都合上、2年生の結果は省略するがその傾向は3年生とほぼ同じであった。3年生の各文章題と現実知識問題に対する反応をまとめたのが表2である。また、表2をグラフ化した(図1)。

(表2) 文章題と現実知識問題に対する反応 (3年生) 調査対象：A 49名, B 48名

問題	文章題			現実知識問題		
	現実的	非現実	無答	保有	非保有	無答
	N(%)	N(%)	N(%)	N(%)	N(%)	N(%)
1A	39(80)	6(12)	4(8)	46(94)	0(0)	3(6)
1B	36(75)	11(23)	1(2)	46(96)	2(4)	0(0)
2A	11(22)	34(69)	4(8)	23(47)	24(49)	2(4)
2B	12(25)	35(73)	1(2)	25(52)	23(48)	0(0)
3A	26(53)	12(24)	11(22)	22(45)	25(51)	2(4)
3B	13(27)	32(67)	3(6)	8(17)	40(83)	0(0)
4A	0(0)	41(84)	8(16)	33(67)	11(22)	5(10)
4B	11(23)	26(54)	11(23)	39(81)	8(17)	1(2)
5A	0(0)	22(45)	27(55)	16(33)	26(53)	7(14)
5B	2(4)	42(88)	4(8)	6(13)	42(88)	0(0)



(図1) 現実的な解答の割合と現実世界の知識の保有率 (3年生)

(2) 現実的な解答と現実世界の知識の有無との関係の分析

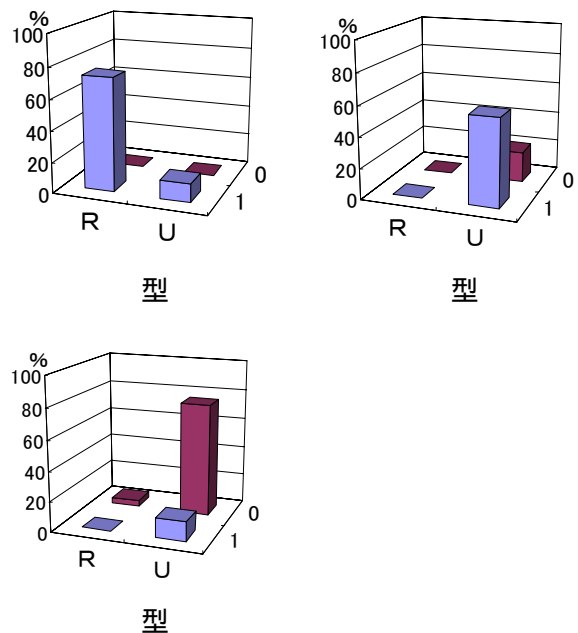
生徒の反応は無答の場合を除くと表3のように分類できる。例えば、文章題に対して現実的に解答し、現実知識問題で現実世界の知識を保有していると判断した場合は「R1」となる。

(表3) 生徒の解答の4分類

		文章題	
		現実的 R	非現実的 U
現実知識問題	保有 1	R1	U1
	非保有 0	R0	U0

どちらか一方でも「無答・白紙」の場合はいずれの分類にも属さない。

この分類に基づき各問題に対する生徒の反応の割合をグラフ化すると図2の3つの型が見られた。型はR1の割合が他の3つの割合に比べて顕著に多くなっている問題である。同様に型、型はそれぞれU1, U0の割合が多くなっている問題である。なお、これ以外のパターンになる問題はごく少数であった。



(図2) 現実的な解答と現実世界の知識の関係

表 4 は 2, 3 年生の各文章題がどの型を示したかを表している。

(表4) 問題の分類

型	2, 3 年共通	2 年のみ
	1A, 1B	
	4A, 4B	
	2B, 3B, 5B	2A, 5A

型は現実世界の知識を保有し、それを活用して現実的な解答を行った文章題であると思われる。型は現実的な解答に必要と思われる現実世界の知識を保有していないために、文章題に対して現実的に解答することができなかったと思われる。この 2 つの型は状況が分かっているときには現実的に解答でき、状況が分かっていないときは現実的に解答できないという予想された結果である。

型は現実世界の知識を保有してはいるが、それを活用せずに現実的に解答できていない文章題と思われる。その原因として Saljo(1991)は次のことを指摘している。学校数学で使用する文章題には、「人は長時間同じペースで働き続けることはできない」ことや「充電時間が必要である」こと等の前提条件は書かれていないことが多いけれども、それらを考慮に入れると問題解決が困難になるため、学校数学においてはそれらの前提条件は無視して解決している文章題が多い。そのため、生徒は問題解決の際にたとえ前提条件に気づいてはいても、それを無視して解答したと思われる。例えば 4A において、「人は長時間同じペースで働き続けることはできない」ということに気づいていたにも関わらず、ほとんどの生徒が「24 時間後」と解答した。「働き続けることができない」ということに気づきながら「24 時間後」と解答した原因として次の三点が考えられる。一点目は計算結果の吟味の段階において、保有している現実

世界の知識に気付かないで解答したことが考えられる。二点目は、現実世界の知識に気付いていながら計算結果をどのように修正して解答すればよいかかわからず、やむを得ず「24 時間後」と解答していることが考えられる。三点目は、二点目と同様に現実世界の知識に気付いていながら、計算結果を修正なしに解釈した「24 時間後」が算数・数学の問題の解答としてそれで「良い」としたことが考えられる。

(3) 学力の違いによる解答パターンの相違

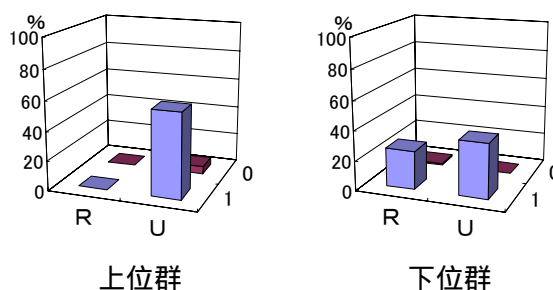
被験者を基準問題の結果によって上位群、下位群に分け(表 5), それぞれの学力群ごとに(2)と同様の分析を行った。

(表5) 上位群・下位群の人数

		上位群	下位群	合計
3 年生	A 問題	29 名	20 名	49 名
	B 問題	27 名	21 名	48 名
2 年生	A 問題	19 名	22 名	41 名
	B 問題	15 名	28 名	43 名

その結果、大部分の文章題において学力差による差異がほとんど見られなかった。つまり、今回の調査結果からは文章題に対する現実的な解答と現実世界の知識の関係について学力との関連は見られなかった。

上位群と下位群の間でわずかに差異が見られた例として 4B (3 年生のみ) があげられる(図 3)。



(図3) 4B における学力別の反応パターン(3 年生)(左から上位群, 下位群)

4.まとめと今後の課題

今回の調査により，先行研究において指摘されていた「生徒は文章題解決において非現実的に解答する傾向がある」ということが追認された。また新たに，現実的に解答しない場合には，解答に必要な現実世界の知識を保有していない場合（型）と現実世界の知識は保有しているがそれを活用していない場合（型）があることも明らかになった。

今回の調査に使用した文章題は学校数学では使用していない文章題で，このような文章題に対して現実的な解答をしなくても問題点はないのではないかという指摘もあるかもしれない。しかし，型の文章題のように，積極的に現実的な前提条件を無視しないと解決できない文章題は現在の教科書にも多く見られる。数学的モデリング活動の際にはこの点を考慮する必要があると思われる。

今後の課題としては，現実世界の知識が解答の際にどのように働いているのかを解明することである。

参考文献

- Greer, B.(1993). "The mathematical modeling perspective on wor(l)d problem.", *Journal of mathematical behavior*, 12, pp.239-250
- Saljo, R.(1991). Learning and mediation: Fitting reality into a table. *Learning and Instruction*, pp.261-272.
- Verschaffel, L. & De Corte, E.(1997). Teaching realistic mathematical modeling in the elementary school: A teaching experiment with fifth graders, *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol.28, No.5, pp.577-601
- 国立教育研究所(1996)，国立教育研究所紀要第126集「小・中学生の算数・数学，理科の成績 - 第3回国際数学・理科教育調査国内中間報告書 - 」，東洋館出版社
- 竺沙敏彦(2000)，「文章題解決における解の吟味に関する調査」，全国数学教育学会誌『数学教育学研究』第6巻

(資料1) 学力測定のための基準問題

2年生	3年生										
<p>次の式の答えとして正しいものを選び，印をつけなさい。</p> $\frac{3}{4} + \frac{8}{3} + \frac{11}{8}$ <p>(選択肢)</p> <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="text-align: center;">$\frac{22}{15}$</td> <td style="text-align: center;">$\frac{43}{24}$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$\frac{91}{24}$</td> <td style="text-align: center;">$\frac{115}{24}$</td> </tr> </table> <p>(国立教育研究所，1996)</p>	$\frac{22}{15}$	$\frac{43}{24}$	$\frac{91}{24}$	$\frac{115}{24}$	<p>点(3, 2), (4, 4)を通る直線がグラフにあります。その直線上にある点は，次のどれですか。あてはまるものに印をつけなさい。</p> <p>(選択肢)</p> <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="text-align: center;">(1, 1)</td> <td style="text-align: center;">(2, 1)</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">(5, 6)</td> <td style="text-align: center;">(6, 3)</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">(6, 5)</td> <td></td> </tr> </table> <p>(国立教育研究所，1996)</p>	(1, 1)	(2, 1)	(5, 6)	(6, 3)	(6, 5)	
$\frac{22}{15}$	$\frac{43}{24}$										
$\frac{91}{24}$	$\frac{115}{24}$										
(1, 1)	(2, 1)										
(5, 6)	(6, 3)										
(6, 5)											
<p>次の連立方程式の解を求めなさい。</p> $5(x+2) + 7y = -3$ $9y - 4(x+y) = -32$	<p>次の方程式の解を求めなさい。</p> $(x+1)^2 + 6(x+1) - 16 = 0$										

(資料2) 調査に使用した文章題

	文章題	現実知識問題
1A	ある工場で、260個の製品を箱詰することになりました。一箱40個入りの箱に詰めていくことにすると、箱はいくつ必要になりますか。	たくや君は明日から北海道旅行に行きます。旅行にはいつも聴いているCDを10枚持っていくことにしています。ところが、CDケース1個には6枚しかCDを入れることができません。全部のCDをCDケースに入れて持っていくためには、たくや君は何個のCDケースを用意しなければいけないでしょう。 答え_____
1B	ある学校で、260人がバスで遠足に行くことになった。一台40人乗りのバスで行くことにすると、バスは何台必要になるか。	
2A	A君には12人の友人がいる。同じクラスのB君には19人の友人がいる。A君とB君は合せて誕生日パーティーを開くことに決めた。それぞれが友達全員を招待し、招待した全員がパーティーに参加した。パーティーに参加した友達は全部で何人か。	徹君と修司君は2人で協力して1枚の絵を描こうと思っています。徹君はクレヨン3色持ってきて、修司君はクレヨンを2色持ってきました。2人は何色の色のクレヨンを使って絵を描くことができたでしょうか。次の中で可能性のあるものを選び 印をつけなさい。また、それを選んだわけを説明してください。(あてはまるものが複数ある時は全てに印をつけなさい。)
2B	40人のクラスで、塾に通っている生徒は25人、ピアノを習っている生徒は8人である。塾にもピアノを習いにも行ってない生徒は何人か。	2色だけ使うことができた 3色だけ使うことができた 4色だけ使うことができた 5色だけ使うことができた その他(具体的に:) 選んだわけ()
3A	弟が家を出てから10分たって、兄が同じ道を追いかけた。弟の進む速さを毎分240m、兄の進む速さを毎分80mとすると、兄は出発後何分で弟に追いつくか。	時速100kmで走行しているスポーツカーを、軽自動車で追いかけます。軽自動車が出すことができる最高速度が時速70kmのとき、軽自動車はスポーツカーに追いつけますか。ただし、スポーツカーは時速100kmよりもゆっくり走行することはないとします。次のいずれかを選び 印をつけなさい。また、それを選んだわけを説明してください。 追いつくことができる 追いつくことはできない 問題の意味が分からない 選んだわけ()
3B	右の表は、手紙(封書)を送る時にかかる郵便料金を示している。太郎君の手紙は120円で送ることができた。花子さんの手紙は太郎君の手紙の5倍の重さである。花子さんの手紙の郵便料金として考えられる最も安い料金はいくらか答えなさい。(料金表省略)	タクシー料金はタクシーが走った距離によって決まります。ある地域のタクシーは2km走るごとに500円ずつ料金が上がっていきます。恵子さんが駅から家までタクシーに乗ると、タクシー料金は1000円でした。では、駅から恵子さんの家までの距離として考えられるものに、印をつけてください。あてはまるものが複数ある場合は全てに印をつけてください。 0km~1km 1km~2km 2km~3km 3km~4km 4kmより遠い
4A	ある畑を一人で耕すと1時間で4㎡耕すことができる。では、10人で耕し始めると、960㎡の畑を耕し終えるのは何時間後になるか。	ある陸上選手の100m走のベストタイムは10秒です。この陸上選手は、400mを40秒で走ることが出来ますか。次の中から一つ選び 印をつけなさい。また、それを選んだわけを書いてください。 走ることができる 走ることができない 問題の意味が分からない 選んだわけ()
4B	ある電気自動車はフル充電の状態から400km走行することができる。この電気自動車で1000km離れた場所に向かうことにする。時速100kmで走行すると何時間後に目的地に到着できるか。	
5A	真空中でボールを落とすと、落ち始めてからt秒後のボールの速さv(m/秒)は、およそv=10tの関係が成り立つ。次の問題に答えなさい。 (1)ビルの屋上からボールを落とすと、2秒後のボールの速さは秒速何mか。 (2)上空の飛行機からボールを落とすと、200秒後のボールの速さは秒速何mか。	雨は雨雲から地上に降ってきます。雨雲には高度が高い雲と低い雲があります。高い雲から降ってきた雨粒と低い雲から降ってきた雨粒について、地上での速さを比較するとどうなるでしょう。次の中から選び、いずれか一つに 印をつけなさい。また、それを選んだわけを説明してください。 高い雲から降ってきた雨粒の方が速い 低い雲から降ってきた雨粒の方が速い どちらの雲から降ってきた雨粒も同じ速さである。 その他(具体的に:) 選んだわけ()
5B	ある遊園地に、30分間で一周する観覧車がある。その観覧車に乗ってから5分後には、地上からの高さが10mになった。では、最も高い位置は地上から何mになるか。	図のように、円Oの円周上に AOB = BOC = COD = 30° になるように点 A, B, C, D をとります。点 B から AO に下した垂線の足を P, 点 C から AO に下した垂線の足を Q とすると、PQ の長さ と OQ の長さ の関係を表わす式として正しいものを一つ答えてください。 PQ > OQ PQ = OQ PQ < OQ 

