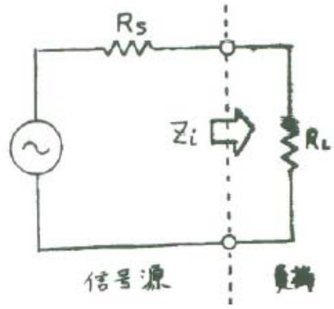
第四章　伝送線路　基礎

電磁波は空間を伝搬しますが、伝送線路を使うことにより、電磁波を電線の中だけ伝搬させることが出来ます。電磁波を電磁波として伝搬させることの出来る線を伝送線路といいます。電磁波が伝わる線と言うことから、電送世路とはどのような物七日について具体的述べることにします。また、(同軸)伝送線路とシールド線の違いについてもわかるようになると思います。

4-1　伝送線路とは

伝送線路は、その言葉の通り信号を目的の場所まで伝送する線路を言います。アンテナと送受信器が室内と室外といった具合に互いに離れた場所に設置されれば、アンテナと送受信器の間で高周波エネルギーを伝える線路が必要となり、ここに伝送線路が用いられます。特にアンテナと送受信器を接続する線路を給電線とも呼びます。伝送線路にはいろいろな種類がありそれぞれに特徴を持っておりますが、まず構造はどうあれ伝送線路なら持っている共通の特徴から簡単にその概要を見ていくことにしましょう。

まず**図 4-1** のように伝送線路の無い、信号源と負荷が直結している場合から順繰りに説明していきます。最大電力伝送の定理から、信号源の出力抵抗 RS と負荷抵抗 RL が等しくなったとき、最も信号源から負荷に電力を供給することができます。この RS ＝ RL となって最大電力を負荷に供給できたとき、信号源と負荷との間で整合がとれたといいます。では次に、信号源と負荷を離して間を**図 4 - 2** のように導線で接続したとしましょう。信号源の周波数が低い、もしくは直流であるなら、多少信号源と負荷を結ぶ導線を引き回しても信号源から見た負荷インピーダンス Zi は RL と同じです。ですから、R_S と R_L の値さえそろえば最大電力を供給することができます。ところが信号源の周波数が高くなると、導線の持つインダクタンスや線間容量などの影響を受けて信号源から見た負荷インピーダンス Z_i は R_L と異なってきて、文字どうり抵抗がインピーダンスになってしまいます。また、L や C の成分があるものですから、周波数が変れば Z_i の値も変動することにもなります。　したがって、いくら R_S ＝ R_L としても最大電力を供給できなくなってしまうのです。これでは負荷抵抗をいくらにすればよいのか見当もつかなくなり大変不便で、とても信号伝送などはできません。そこで、この L や C の影響を受けず、周波数がいくらであっても R_S ＝ R_L さえ満足すれば最大電力が負荷に供給できるような線路が必要となってきます。この目的で作られた線路が伝送線路です。とはいえ、L や C の無い線路など作れるはずもありませんから、信号源・負荷抵抗の値をあらかじめ取り決めておいて、その値の抵抗を持つ信号源・負荷を接続したときのみ L や C の影響が無くなるような構造に作ってやります。この取り決めた値は、線路の特性インピーダンスという名前で表されております。例えば信号源の出力抵抗が 50 Ωなら、特性インピーダンス 50 Ωの伝送線路を用いて、50 Ωの負荷に接続すれば最大電力が負荷に供給されるのです。同軸型の伝送線路（同軸ケーブル）とシールド線は、形こそ似ていますが、同軸ケーブルにはこの特性インピーダンスを守ってあげれば、ケーブルの LC 成分はなくなり負荷がそのままみえるようになるのですが、シールド線は特性インピーダンスという概念がありませんから、ケーブルの LC が見えまくりとなり、正しく信号を伝送できません。LC の影響は高周波になるほど大きいですから、オーディオ帯域ではシールド線で、無線周波数は LC の影



信号源から見た負荷インピーダンスを R_L とします。

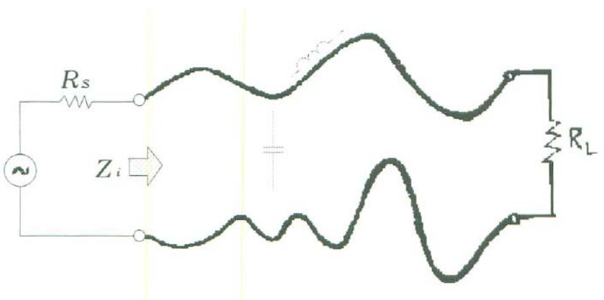
Z_i=R_L

このとき、最大電力供給条件は

R_S=R_L

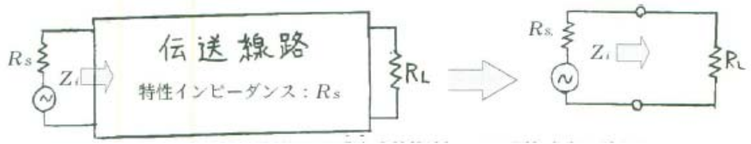
となります

図4-1　信号源と負荷が直結の場合の最大電力供給条件



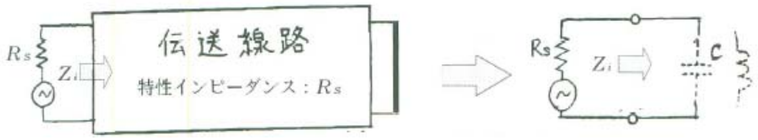
L や *C* のため、信号源から見た負荷インピーダンス Z_i がいくらになるのかわからない。従って、R_S=R_L としても最大電力を供給できない。

図 4-2　信号源と負荷の間を長い導線で結ぶと ...



$R_S=R_L$ なら、信号源に負荷を直接接続したのと同じように見える

(a) $R_S=R_L$ の場合



$R_S \neq R_L$、例えば負荷RLが短絡していると、線路の長さによって負荷 Zi が L に見えたり C に見えたりする。

(b) $R_S \neq R_L$（この例では R_L=短絡)の場合

図4-3 電送線路だからといって、負荷の値がそのまま見えるわけではない

響が大きいため同軸線路を使うようにしなければなりません。さて、話がずれましたので元に戻しましょう。

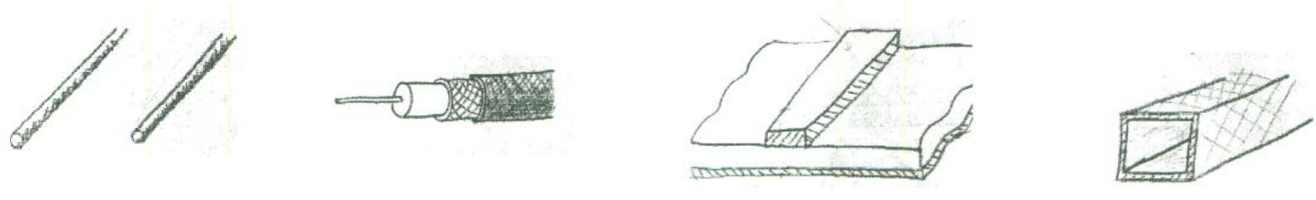
ではもしここで負荷抵抗が50 Ωではなく75 Ωなどといった値になったらZi はどうなるでしょうか。こうなると単純に Z_i ＝75 Ωとはならず、リアクタンスを含んだインピーダンスとなり、線路の長さや周波数によって Z_i の値が変ってくるのです。ではちょっと極端に負荷を短絡、もしくは開放にしたときはどうなるのか、結果だけを述べてみましょう。受電端を短絡・開放状態にすると Z_i は純リアクタンスとなり、その値は線路長によって変化します。つまり長さによってこの線路はL になったりC になったりするのです(**図4-3**)。また、L とC の境目となる長さではリアクタンスが無限、もしくは 0になり共振をおこします。　このように線路には特性インピーダンス、先端を開放・短絡状態にすると純リアクタンスとなる、共振現象があるといった性質を持っているのです。なお、線路の長さによりZi がどうなるかということは、スミスチャートと呼ばれる図表を用いると作図により求めることができます。

伝送線路の特性としては他に、信号源の波形と線路を伝送させ負荷へと到達した波形が相似になる、つまりひずみ無く信号を伝送できます。詳しくは無ひずみ線路のところで述べます。

では実際に伝送線路としてどのようなものがあるのかを見てみましょう。**図4-4** に代表的な伝送線路を示します。これら伝送線路はそれぞれ構造が異なっておりますが、どれも伝送線路であることに変りはなく、先に述べた性質を持っております。それぞれの線路にはそれぞれの特徴があり、使用する周波数や用途によって使い分けられます。各々の線路の動作については、後程伝送線路別に説明するとして、まずは伝送線路の持つ性質についてもう少し詳しく解析してみることにします。

4-2　伝送線路の特性

4-1で大ざっぱに伝送線路がどういったものかを述べました。ここではもっと詳しく線路の特性インピーダンスや共振についてを見ることに致します。線路としては構造が最も簡単で図も描きやすい平行線路を用いることに致します。



(a)平衡線路　　(b)同軸線路　　(c)マイクロストリップライン　　(d)導波管

図4-4 伝送線路の種類

4-2-1　集中定数回路と分布定数回路

電磁波のところで、電磁波は伝わる空間の距離に対し電磁界の強さが波打っていることから波として伝わっているということを述べました。伝送線路についても同じことで、距離に対し電圧・電流の大きさが変化し、線路全体を見ると波打っているのです。ただ、このことは**図 4-5** における高周波電源の周波数と伝送線路の長さによって波として線路を伝わっているかどうかの考え方が変ってまいります。**図 4-5** にわざわざ高周波電源と書いたのはそのためで、高周波においてこの線路上を波として伝わるというような考え方がでてくるのです。このことを、ちょっと考えてみましょう。

伝送線路に抵抗分が無いとすれば、伝送線路を流れる電流(線路を伝わる電荷)は光速と同じです。いま、高周波電源の周波数を 300MHz とすれば １波長の長さは １〔m〕となります。**図 4-6(a)**でいえば点Ａが光速で １〔m〕進んだときにちょうど一周期ということになります。ここで**図 4-6(a)**をよく見ますと、わずか １〔m〕の間に電圧電流が一周期分変化しているのです。ということは数十 cm 違った点ですでにその線上の電圧や電流の値が違うのです。直流や周波数が低いときの考え方でいいますと、導線に電圧を加えればその導線上はすべてその電圧がかかるものでした。しかし周波数が高くなってきますと、電荷が光速といういかに早いスピードで線路を伝わっているとはいえ、先の例では 1m 進んだところですでに電源側では "0→正→0→負→0" という一周期の変化をしているのです。このように周波数が大変高く

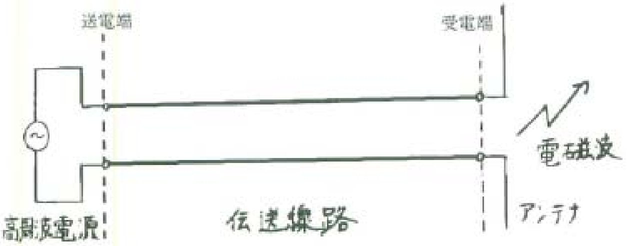
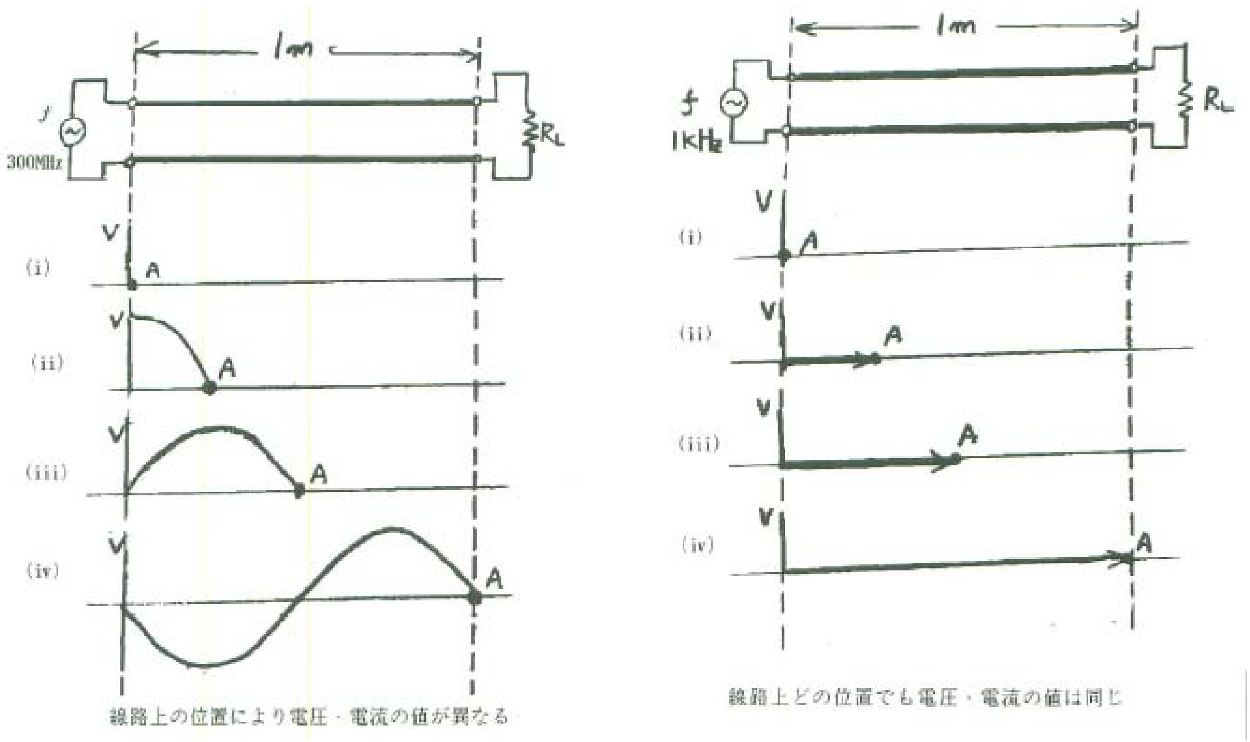


図 4-5 伝送線路利用先の一例

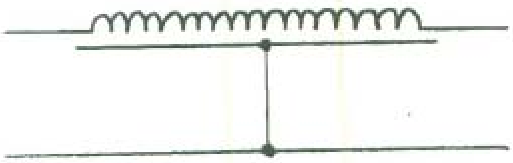
なってくると、導線上の電位や電流はどこでも同じ値という考え方が通用せず、ある分布を持っているということを前提にして考えていかなければなりません。この考え方が分布定数なのです。さて、もし**図 4-6(b)**のように周波数が低いと、伝送線路上の電位分布は同じと考えられます。周波数が低い、つまり電源の電位はゆっくり変化しますから、電荷は電源の電圧が変化したと見れる前に導線上を突き進んでしまっているからです。このように、導線のどの点でも電位は同じという考え方を集中定数といいます。こうして、周波数が高いと分布定数として考えなければならないことになるのです。

さて、伝送線路は伝送線路という名前がついているとはいえ、もとはただの導線にすぎません。ただ波を伝えるといったことが目的ですから、その目的にあった特性を持っているということです。そのあたりについては後程詳しく説明していくといたしまして、とにかく導線を二本平行においていますから、そこには抵抗成分やら、インダクタンス成分、リアクタンス成分を持っていることは確かです。分布定



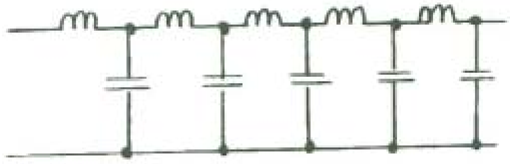
(a)高い周波数の伝搬　　(b)低い周波数の伝搬

図 4-6　周波数による伝搬の違い



線路上、どこでも同じ電圧・電流なので、一つのコイルとコンデンサで表すことが出来る

(a)集中定数回路



線路上、場所によって電圧・電流の値が違うので、線路を細かく分けて、その場所場所で考える必要がある。

(b)分布定数回路

図4-7 集中定数回路と分布定数回路

数と集中定数とではこの導線の持つこれらの成分の見方も変ってまいります。集中定数においては導線上に電圧を加えれば、その瞬間に導線上すべてにその電圧がかかると見ました。つまり電荷の移動する早さを無視できたわけです。別な言葉でいいますと電圧・電流は時間のみの関数で、場所については考えておりませんでした。このことは線に含まれる抵抗R・インダクタンスL・キャパシタンスC・コンダクタンスG成分については線全体で一つにまとまっているものとして見れるのです。分布定数においては、電荷の移動する速度が無視できなくなります。すなわち電圧・電流は時間と場所の関数として考えるようになります。線分に含まれるR・L・C・Gについては場所によって電圧・電流の値が異なりますから、それぞれの場所場所に分割、つまり線路に沿ってR・L・C・Gが一様に分布していると考えます。

このような考え方が集中定数においては集中定数回路、分布定数においては分布定数回路というのです。

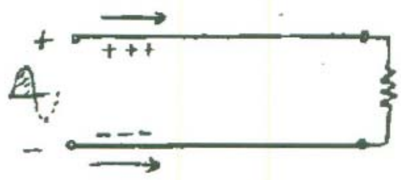
4-3　伝送線路上での電磁界

電荷が負荷につく前に電源側の正負がひっくり返ると**図4-8(b)**のように負荷に向かっていた電荷が電源側に戻ってしまうのでは？ と思う方もいるかもしれません。しかし、実際には電源から供給された電荷は常に負に向かいます。このことは線路上の電磁界を考えると納得がいきます。

伝送線路は二本の導線が平行におかれたもです。そこに電荷の流れが生じるのですから、導線の周りには磁界が、また導線の間には電界が発生いたします。電界と磁界の発生・・・・、ここで思いだしていただきたいのがポインティングベクトルです。ポインティングベクトルはエネルギーの伝わる方向を表しておりますから、**図4-8(a)**では負荷の方向へ向くはずです。これを**図4-9(a)**に示します(マイナス電荷が進んだ時の磁界の発生方向に注意してください)。確かに**E**×**H**の方向は負荷側で、エネルギーが電磁界的に見て負荷に向かって運ばれていることがわかります。このことは、導線に流れた電荷は電磁界により負荷の方向へ運ばれていく、という考え方ができるのです。ここで電源の正負がひっくり返ったらどうでしょうか。やはりポインティングベクトルは負荷の方向へ向いております。すなわちこの時も電荷は負荷の方向に運ばれていくのです。

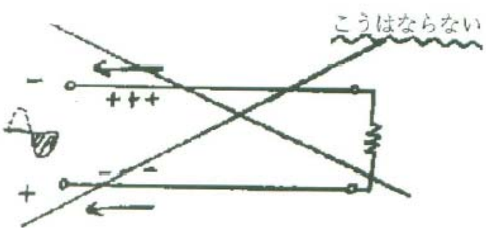
4-4　伝送線路上の波動関数を求める

伝送線路上を電圧・電流が波として伝わるのなら、電圧・電流を波動関数、特に便利な表記法として複素指数関数表示ができるはずです。これからそれを求めていくと致しましょう。結果として、電磁波の波動方程式のところと同じような形で大変すっきりした式となりすが、その式の導きはちょっと面倒かも知れません。しかし、一度どうしてこういう式が



電荷が負荷に向かって流れる

(a)

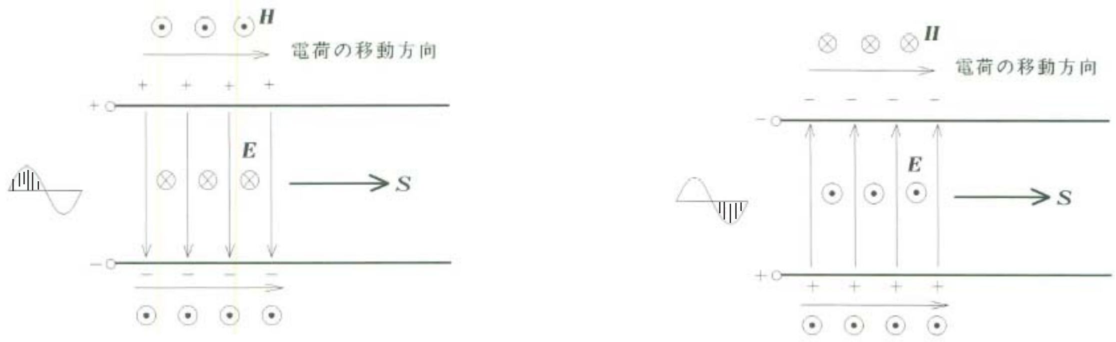


信号が反転すると､負荷に向かって進んでいた電荷が信号源側に戻される？

そんなことはありません！

(b)

図4-8 線路上を進む電荷の方向



(a)　　　　(b)

図4-9　線路上の電磁界とポインティングベクトル

でてきたのかを知るためにも式の立て方・式変形についてを順を追って見ていってください。

まず式を立てます。**図4-10**を見てください。この図において、回路定数はx方向に一様に分布しているものとして、単位長あたりのR・L・C・GがそれぞれR〔Ω／m〕, L〔H／m〕, C〔F／m〕, G〔S／m〕であるとします。ここで時刻tにおいて、点xでの電圧・電流をv, i(v, iは正弦波交流)とします。そしてそこからdxだけ離れた点x＋dxでの電圧・電流は

$$v+\frac{\partial v}{\partial x}dx \qquad (4\text{-}1)$$

dxだけ離れている

xに対しどれだけ変化するか

$$i+\frac{\partial i}{\partial x}dx \qquad (4\text{-}2)$$

となります。したがって、xからdxの間の電位差は分布定数回路のRとLの電圧降下に等しいので、

$$v-\left(v+\frac{\partial v}{\partial x}dx\right)=Rdx(i-\Delta i)+(Ldx)\frac{\partial i}{\partial t}$$

場所によってiの値は異なるので
その変化量を⊿iとしています。

$$\frac{\partial v}{\partial x}dx=Rdxi-\Delta iRdx+(Ldx)\frac{\partial i}{\partial t}$$

小さい値となるので省略

$$\frac{\partial v}{\partial x}dx=Rdxi+(Ldx)\frac{\partial i}{\partial t}$$

$$-\frac{\partial v}{\partial x}=Ri+L\frac{\partial i}{\partial t} \qquad (4\text{-}3)$$

また、電流についても同様に

$$i-\left(i+\frac{\partial i}{\partial x}dx\right)=Gdx(v-\Delta v)+(Cdx)\frac{\partial v}{\partial t}$$

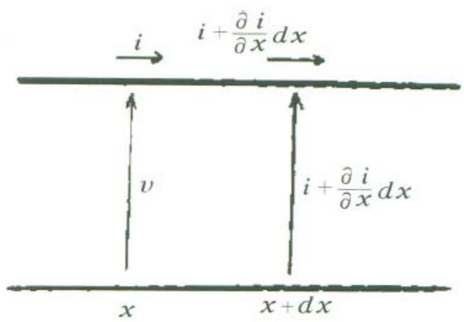


図4-10 微少区間の電圧・電流分布

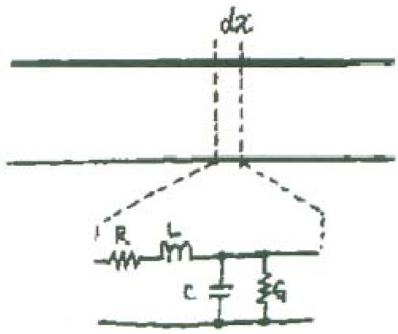


図4-11 微少区間の回路

$$-\frac{\partial i}{\partial x}dx=vGdx+C\frac{\partial v}{\partial t}dx$$

$$-\frac{\partial i}{\partial x}=vG+C\frac{\partial v}{\partial t} \qquad (4\text{-}4)$$

となります。ここで式(4-3), 式(4-4)の∂／∂tをjωに直せばvとiはxのみの関数として考えることができます(jω、すなわち複素数表示を行うと、絶対値と偏角によって座標表示をすることができます。すると空間的な部分と、時間的な部分に分離できるということを前に説明しました。ちょっと思い出してみてください)。そこで時間関数v(t), i(t)をv, iとおいて

$$-\frac{dV}{dx}=(R+j\omega L)I \quad (4\text{-}5)$$

$$-\frac{dI}{dx}=(G+j\omega C)V \quad (4\text{-}6)$$

となります。ここで**図4-11**を参照すれば、直列インピーダンスZ，並列アドミタンスYは

$$Z=R+j\omega L \quad (4\text{-}7)$$

$$Y=G+j\omega C \quad (4\text{-}8)$$

となりますから、式(4-3)，式(4-4)は

$$\frac{dV}{dx}=-ZI \quad (4\text{-}9)$$

$$\frac{dI}{dx}=-YI \quad (4\text{-}10)$$

となります。ここで式(4-9)をxで微分すれば

$$\frac{d^2V}{dx^2}=-Z\frac{dI}{dx} \quad (4\text{-}11)$$

となりますから、この式を式(4-10)に代入すれば

$$\frac{d^2V}{dx^2}=ZYV \quad (4\text{-}12)$$

という電圧のみの式がえられます。また式(4-10)をxで微分して式(4-9)に代入すれば、

$$\frac{d^2I}{dx^2}=ZYI \quad (4\text{-}13)$$

という電流のみの式がえられます。

式(4-12)は 2階微分方程式ですから、解としては

$$V=V_0e^{rx} \quad (4\text{-}14)$$

という式となります。式(4-14)の二回微分を取れば

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}=r^2V_0e^{rx} \quad (4\text{-}15)$$

となりますから、式(4-14)を式(4-15)に代入して

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}=r^2V \quad (4\text{-}16)$$

となります。式(4-16)と式(4-12)とで係数を比較すれば

$$r=\pm\sqrt{ZY} \quad (4\text{-}17)$$

となります。したがって式(4-12)の一般解は

$$V=Ae^{-\sqrt{ZY}X}+Be^{-\sqrt{ZY}X} \quad (4\text{-}18)$$

さて、こうなりますと平面波の複素指数表示を思い出すのではないでしょうか。しかし、よくよく式(4-18)を見て見ますと、jといったものが見当たりません。これはj項をZや$,x$の中に含めてしまったからです。ですから式(4-18)を複素指数関数で表すにはZYを実部と虚部に分けなければなりません。しかしこれは計算が大変なので、特に分けずにこのまま表示しているのです。もし分けるとするなら

$$\sqrt{ZY}=\alpha+j\beta \quad (4\text{-}19)$$

とおいて

$$V=Ae^{-(\alpha+j\beta)x}+Be^{(\alpha+j\beta)x}$$

$$=Ae^{-\alpha x}e^{-j\beta x}+Be^{\alpha x}e^{j\beta x} \quad (4\text{-}20)$$

となります。時間項は省略しておりますが確認のため入れてみますと

$$v(t)=Ae^{-\alpha x}e^{-j\beta x}e^{j\omega t}+Be^{\alpha x}e^{j\beta x}e^{j\omega t}$$

$$=Ae^{-\alpha x}e^{j(\omega t-\beta x)}+Be^{\alpha x}e^{j(\omega t+\beta x)} \quad (4\text{-}21)$$

となります。しばらく式(4-18)の表現方法を使用して、必要に応じて式(4-20)を持ってきたりしますが、式(4-18)を変形すれば式(4-20)のようになるんだということは常に頭の隅においておいてください。

結局式(4-18)は

$$V=\underbrace{Ae^{-\sqrt{ZY}X}}_{\substack{\text{先に行けば行く}\\ \text{ほど小さくなる}\\ \text{進行波}}}+\underbrace{Be^{\sqrt{ZY}X}}_{\substack{\text{先に行けば行く}\\ \text{ほど大きくなる}\\ \text{反射波}}}$$

という意味を持っております。これで伝送線路上の波動関数が求まりました。なお、電流ｉについても全く同様に求めることができて

$$I=Ce^{-\sqrt{ZY}X}+De^{\sqrt{ZY}X} \quad (4\text{-}22)$$

となります。ところで、電界と磁界の間で大きさの比が一定であった(波動インピーダンス)ように、CやDの値はAやBを用いて表すことができます。

$$\frac{dV}{dx}=-\sqrt{ZY}Ae^{-\sqrt{ZY}X}+\sqrt{ZY}Be^{\sqrt{ZY}X}$$

式(4-9)から

$$I=-\frac{1}{Z}\frac{dV}{dx} \quad (4\text{-}23)$$

ですので、式(4-18)をxで微分して、それを式(4-23)に代入すれば

$$I=-\frac{1}{Z}\left(-\sqrt{ZY}Ae^{-\sqrt{ZY}X}+\sqrt{ZY}Be^{\sqrt{ZY}X}\right)$$

$$=\sqrt{\frac{Y}{Z}\left(Ae^{-\sqrt{ZY}X}-Be^{\sqrt{ZY}X}\right)} \quad (4\text{-}24)$$

したがって係数を比較すれば、

$$C=\sqrt{\frac{Y}{Z}}A \qquad D=-\sqrt{\frac{Y}{Z}}B \qquad (4\text{-}25)$$

という関係が成り立つことがわかります。

4-4-1　伝搬定数と特性インピーダンス

式(4-21)を余弦関数を使った表現に変形すると

$$\sqrt{2}e^{-\alpha x}\cos(\omega t-\beta x) \qquad (4\text{-}26)$$

となります。この式からe-αxは距離が離れると、指数関数的に小さくなっていくことがわかります。このαを減衰定数といいます。そしてβは、平面電磁波のところでお目見えしたk、すなわち位相定数なのです。

ここで線路上を伝わる波の速度を求めてみましょう。波の位相θはωt－βx、ですから、⊿tの時間が経つと位相は

$$\Delta\theta=\omega\Delta t-\beta\Delta x \qquad (4\text{-}27)$$

だけ進みます。次に各微小係数を 0にした極限を取ると

$$d\theta=\omega dt-\beta dx \qquad (4\text{-}28)$$

さて、求める速度は位相速度です。これはある位相、例えばθ＝π／4〔rad〕がある時間内にどれだけ進むかということですから、θは定数といえます(**図4-13**参照)。ですからdθ＝ 0(θの変化はない)となって、式(4-28)は

$$0=\omega dt-\beta dx$$

$$\frac{dx}{dt}=\frac{\omega}{\beta} \qquad (4\text{-}29)$$

となって位相速度が求められます。ところでここでβというものが実際にどういう値になるのかがわかりません。βは式(4-19)によって示されているだけですので、ここでRやL,C,Gを使うとどういうふうに表されるのか見てみましょう。

$$r=\sqrt{ZY}=\alpha+j\beta \qquad (4\text{-}30)$$

$$\sqrt{ZY}=\sqrt{(R+j\omega L)(G+j\omega C)}$$

$$=\sqrt{(RG-\omega^2LC)+j\omega(LR+CR)} \qquad (4\text{-}31)$$

ここで式(4-30)＝式(4-31)であり、また両辺を2乗すれば

$$\alpha^2-\beta^2+j2\alpha\beta=(RG-\omega^2LC)+j\omega(LG+CR) \qquad (4\text{-}32)$$

ここで実部どうし、虚部どうし等号で結ぶことにより

$$\alpha^2-\beta^2=RG-\omega^2LC \qquad (4\text{-}33)$$

$$2\alpha\beta=\omega(LG+CR) \qquad (4\text{-}34)$$

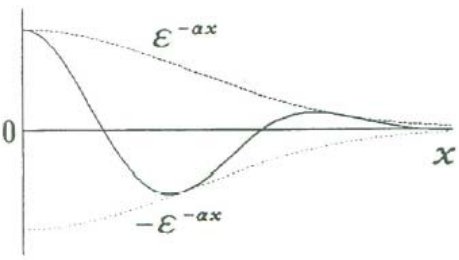


図4-12 減衰しながら進む波

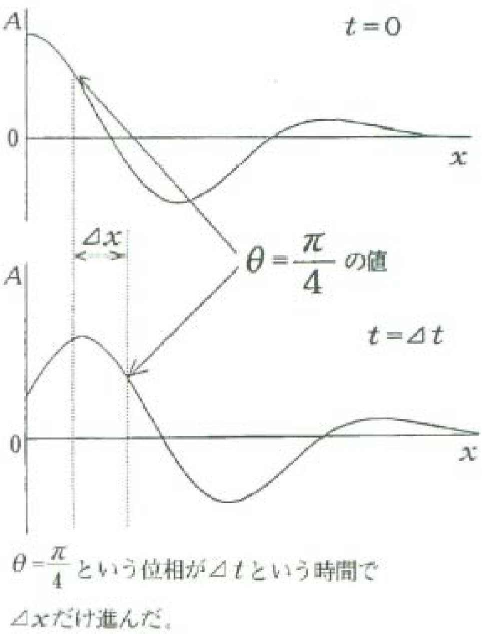


図4-13 位相の移動

という2つの式が得られます。これからα，βを求めますが、ちょうど式(4-33)がα²－β²の形をしておりますので、何とかα²＋β²という項を作れればαやβの値が求められるはずです。α²＋β²を2乗して展開したものをうまく操作すれば(α²－β2)²と(2αβ)²とで表せますから、

$$\alpha^2+\beta^2=(\alpha^2-\beta^2)^2+(2\alpha\beta)^2$$

$$=(RG-\omega^2LC)^2+\omega^2(LG+CR)^2$$

$$=(R^2+\omega^2L^2)(G^2+\omega^2C^2)$$

$$\alpha^2+\beta^2=\sqrt{(R^2+\omega^2L^2)(G^2+\omega^2C^2)} \qquad (4\text{-}35)$$

したがって

$$\alpha=\sqrt{\frac{(4-33)+(4-35)}{2}}$$

$$=\sqrt{\frac{1}{2}\left(\sqrt{(R^2+\omega^2L^2)(G^2+\omega^2C^2)}+(RG-\omega^2LC)\right)} \quad [N_P/m] \qquad (4\text{-}36)$$

またβは

$$\beta=\sqrt{\frac{(4-33)-(4-35)}{2}}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2}\left(\sqrt{(R^2+\omega^2L^2)(G^2+\omega^2C^2)}-(RG-\omega^2LC)\right)} \quad [rad/m] \quad (4\text{-}37)$$

となります。N_Pという新しい単位がでてまいりました。これは減衰を表す単位で、

$$N_P = -8.686 \quad [dB] \qquad (4\text{-}38)$$

で、読み方は "ネーパ" です。この値は

$$20\log e^{-1} = -8.686 \quad [dB] \qquad (4\text{-}39)$$

からきております。

次に特性インピーダンスについて考えてみます。信号が伝搬するということは伝送線路上の各所に電圧がかかり電流も流れていますから、その各点毎に電圧／電流を取ればその点でのインピーダンスがでてまいります。重要なことはどこの場所でも電圧と電流の比が等しくなるときです。これはどういった時かといいますと、反射が無い時にこうなるのです。ちょっと計算してみましょう。反射というのは何か境界があってそこに波が来たときに起るものですからこの境界が無い、すなわちどこまでもどこまでも進んでいける無限の線路長であれば反射はありません。このように無限に長い線路を無限長線路といいます。この時式(4-18)や式(4-24)において反射波がありませんから、第一項のみがのこって、

$$V = Ae^{-\sqrt{ZY}x} \qquad (4\text{-}40)$$

$$I = \sqrt{\frac{Y}{Z}}Ae^{-\sqrt{ZY}x} \qquad (4\text{-}41)$$

となります。ここでインピーダンスを求めるため電圧／電流を行うと、

$$Zo = \frac{V}{I} = \frac{Ae^{-\sqrt{ZY}x}}{\sqrt{\frac{Y}{Z}}Ae^{-\sqrt{ZY}x}} = \sqrt{\frac{Z}{Y}} \text{〔}\Omega\text{〕} \qquad (4\text{-}42)$$

となり、結果としてｘの項が含まれていない形となります。つまり、いかなる地点でも電圧・電流の比は常にZ0となるのです(ZやYは線路上一様としています)。このZ0のことを特性インピーダンスといいます。とにかく反射波が無いと電圧・電流の比はどこでも同じ、そしてその比、すなわち電圧／電流がその線路の特性インピーダンスなんだということをしっかり頭に入れておいてください。

4-4-2　無ひずみ線路

前節で減衰定数や位相定数を具体的に求めてみました。式として随分複雑なものになりましたが、ただいえることはαもβも周波数によって異なってくるということです。こうなりますと伝送線路に入れる前の波形と、伝送線路を伝わってきて取り出した波形とが違ってきてしまいます。特に減衰定数が周波数によって異なることにより発生するひずみを減衰ひずみ、また位相速度(位相速度はβから求められる)が周波数によって異なることにより発生するひずみを伝搬ひずみといいます。無ひずみ線路というのは、これらひずみが無い、すなわち位相速度や減衰定数が周波数に依存しないように作られたもので、一般に言う伝送線路がこれにあたります。位相速度は式(4-29)からｖ＝ω／βですから、ωとβが比例関係にあれば周波数依存が無くなります。また、減衰定数αも周波数に依存しないようにしなければなりません。このような線路にするためにはR・L・C・Gの値を

$$\frac{R}{L} = \frac{G}{C} \qquad (4\text{-}43)$$

という条件を満足するようにすればよいのです。本当にこの条件で位相速度や減衰定数が周波数に依存しないのか確認してみることにしましょう。式(4-17)から

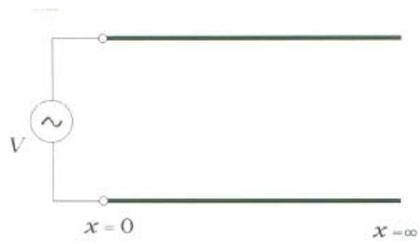


図4-14 無限遠長線路

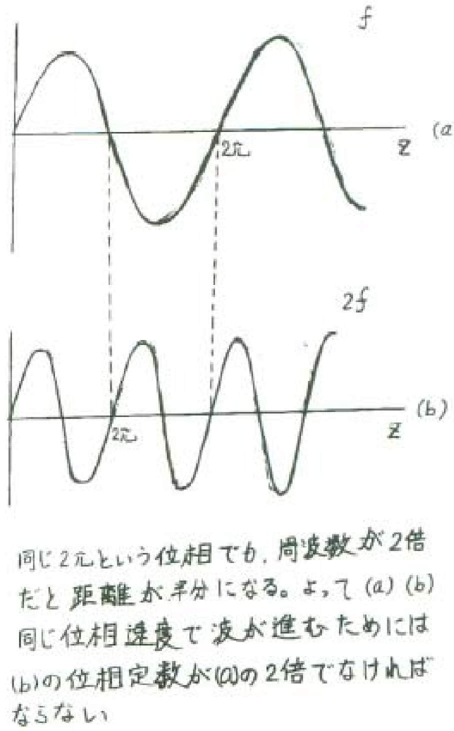


図4-15 無ひずみ線路

$$r=\sqrt{ZY}=\sqrt{(R+j\omega L)(G+j\omega C)}$$

$$=\sqrt{RG\left(1+j\omega\frac{L}{R}\right)\left(1+j\omega\frac{C}{G}\right)}$$

ここで式(4-43)を代入します。G／CをL／Rで表せば

$$r=\sqrt{RG}\left(1+j\omega\frac{L}{R}\right)=\underbrace{\sqrt{RG}}_{\alpha}+j\underbrace{\omega\sqrt{RG}\frac{L}{R}}_{\beta} \qquad (4\text{-}44)$$

となります。損失に関しては周波数に対して変化が無く、また位相速度においてはv＝ω／βと式(4-44)から

$$v=\frac{R}{L\sqrt{RG}} \qquad (4\text{-}45)$$

となってこれも周波数に無関係となります。

4-5　波の双曲線関数表示

式(4-12)の解として、指数表示によるものをいままで取り扱ってまいりました。この指数表示は伝送線路上を波として伝搬する現象を取り扱うときに便利な表記です。ところが、伝送線路の送電端や受電端にある負荷をつなげたとき、伝送線路上の電圧・電流分布はどうなのかを調べるときにもっと便利な表記法があるのです。それが双曲線関数表示というものです。

双曲線関数は指数で表されて

$$\sinh\alpha x=\frac{e^{\alpha x}-e^{-\alpha x}}{2} \qquad (4\text{-}46)$$

$$\cosh\alpha x=\frac{e^{\alpha x}+e^{-\alpha x}}{2} \qquad (4\text{-}47)$$

この双曲線関数を用いると境界条件による線路上の電圧・電流分布の計算が都合よく行きます。ですからここで式(4-18)を双曲線関数による表記に直してみることにしましょう。

式(4-46)及び式(4-47)から

$$e^{\alpha x}=\cosh\alpha x+\sinh\alpha x \qquad (4\text{-}48)$$

$$e^{-\alpha x}=\cosh\alpha x-\sinh\alpha x \qquad (4\text{-}49)$$

したがって式(4-18)は

$$V=A(\cosh\sqrt{ZY}x-\sinh\sqrt{ZY}x)+B(\cosh\sqrt{ZY}x+\sinh\sqrt{ZY}x)$$

$$=(A+B)\cosh\sqrt{ZY}x+(A+B)\sinh\sqrt{ZY}x \qquad (4\text{-}50)$$

となります。同様に式(4-24)について双曲線関数で表示すれば

$$I=\sqrt{\frac{Y}{Z}}\left((B-A)\cosh\sqrt{ZY}x+(A+B)\sinh\sqrt{ZY}x\right)$$

(4-51)

ここで式(4-50)，式(4-51)のA+Bや、B-Aをそれぞれ Ae,be とすれば

$$V=A_e\cosh\sqrt{ZY}x+B_e\sinh\sqrt{ZY}x$$

$$=A_e\cosh rx+B_e\sinh rx \qquad (4\text{-}52)$$

$$I=\sqrt{\frac{Y}{Z}}\left(B_e\cosh\sqrt{ZY}x+A_e\sinh\sqrt{ZY}x\right)$$

$$=\sqrt{\frac{Y}{Z}}\left(B_e\cosh rx+A_e\sinh rx\right) \qquad (4\text{-}53)$$

となります。こうして指数関数表示から双曲線関数表示へ式を移すことができました。では早速この双曲線関数表示を使って、いろいろな条件での電圧・電流を求めて、そしてこの双曲線関数表示になれてしまいましょう。とにかく双曲線関数の公式をいろいろ使いますのでまとめておきます。

$$\left.\begin{array}{l}
①\cosh^2 x-\sinh^2 x=1\\
②\sinh(x\pm y)=\sinh x\cosh y\pm\cosh x\cosh y\\
③\cosh(x\pm y)=\cosh x\cosh y\pm\sinh x\sinh y\\
④\sinh jx=j\sin x\\
⑤\cosh jx=\cos x\\
⑥\tanh jx=j\tan x
\end{array}\right| \qquad (4\text{-}54)$$

4-5-1　送電端の電圧vA・電流iAがわかっている時

図4-16において、送電端x＝0における電圧がV_A、電流がi_Aですから、この条件を式(4-52)，式(4-53)に当てはめてAe,beを求めます。

$$V_A=A_e\cosh(r\times 0)+B_e\sinh(r\times 0) \qquad (4\text{-}55)$$

$$I_A=-\frac{1}{Z}\left(B_e\cosh(r\times 0)+A_e\sinh(r\times 0)\right) \qquad (4\text{-}56)$$

したがって

$$A_e=V_A \quad (4\text{-}57)$$

$$B_e=-Z_0 I_A \quad (4\text{-}58)$$

となり、この結果を式(4-52)，式(4-53)に入れてやれば

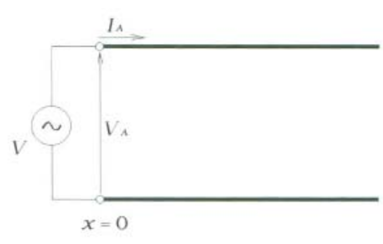


図4-16 VAとIAがわかっている場合

$$V_A = V_A \cosh(r\times 0) - Z_0 I_A \sinh(r\times 0) \qquad (4\text{-}59)$$

$$I_A = -\frac{1}{Z_0}\left(-Z_0 I_A \cosh(r\times 0) + V_A \sinh(r\times 0)\right) \qquad (4\text{-}60)$$

と、任意の点における電圧・電流が簡単に求められます。双曲線関数を使うと各条件から楽に電圧・電流分布が求められるのです。

4-5-2　受電端の電圧 V_B・電流 I_B がわかっている時

図4-17のように伝送線路の長さをＬとすれば、式(4-52)，式(4-53)にｘ＝Ｌの時ｖ＝v_B，ｉ＝i_B という条件を当てはめて

$$V_B = A_e \cosh(rl) + B_e \sinh(rl) \qquad (4\text{-}61)$$

$$I_B = -\frac{1}{Z_0}\left(A_e \sinh(rl) + B_e \cosh(rl)\right) \qquad (4\text{-}62)$$

この　２式からAe,beを求めます。クラメールの公式を使って

$$I_B = -\frac{1}{Z_0}\left(A_e \sinh(rl) + B_e \cosh(rl)\right)$$

$$A_e = \frac{\begin{vmatrix} V_B & \sinh(rl) \\ I_B & \dfrac{1}{Z_0}\cosh(rl) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \cosh(rl) & \sinh rl \\ -\dfrac{1}{Z_0}\sinh(rl) & \cosh(rl) \end{vmatrix}}$$

$$= V_B \cosh(rl) + Z_0 I_B \sinh(rl) \qquad (4\text{-}63)$$

$$B_e = \frac{\begin{vmatrix} \cosh(rl) & V_B \\ -\dfrac{1}{Z_0}\sinh(rl) & I_B \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \cosh(rl) & \sinh rl \\ -\dfrac{1}{Z_0}\sinh(rl) & \cosh(rl) \end{vmatrix}}$$

$$= -Z_0 I_B \cosh(rl) - V_B \sinh(rl) \qquad (4\text{-}64)$$

したがって任意の点の電圧・電流は

$$V = \left(V_B \cosh(rl) + Z_0 I_B \sinh(rl)\right)\cosh(rx)$$

$$+\left(-Z_0 I_B \cosh(rl) - V_B \sinh(rl)\right)\sinh(rx)$$

$$= V_B \cosh(l-x) + Z_0 I_B \sinh(r(l-x)) \qquad (4\text{-}65)$$

$$I = -\frac{1}{Z_0}\left(\left\{V_B \cosh(rl) + Z_0 I_B \sinh(rl)\right\}\sinh(rl)\right.$$

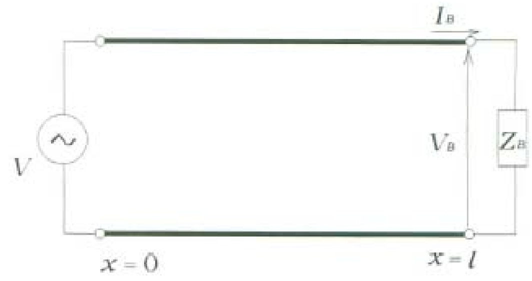


図4-17　VBとIBがわかっている場合

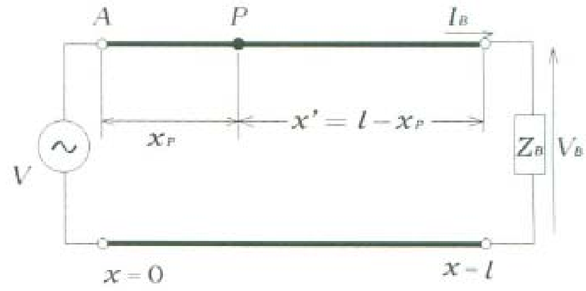


図4-18 位置角

$$\left.+\left\{-Z_0 I_B \cosh(rl) - V_B \sinh(rl)\right\}\cosh(rx)\right)$$

$$= I_B \cosh(l-x) + \frac{V_B}{Z_0}\sinh(r(l-x)) \qquad (4\text{-}66)$$

4-5-3　位置角

さて、こうして双曲線関数によって電圧・電流分布を求めてまいりました。次に受電端に負荷 Z_B がつながっている場合を考えてみます。この時双曲線関数を使った考え方に加えて、位置角というものを導入すると計算が便利になります。位置角というものはどんなものかといいますと、伝送線路の特性インピーダンス Z_0 と、線路上のある位置Ｐから負荷の方向に見たインピーダンス $Z_p = v_p / i_p$ との比を何らかの方法で角度として表したもので、その角度をその点Ｐでの位置角といいます。こうしますと、電圧・電流分布やある点から負荷の方へ見たインピーダンスが位置角の関数として表すことができるのです。

では位置角というものを実際に求めてみることに致しましょう。まず**図4-18**に示すように終電端から距離xPのところに点Ｐを取ります。この点Ｐにおける電圧・電流は式(4-65)，式(4-66)から

$$V_P = V_B \cosh(rx') + Z_0 I_B \sinh(rx') \qquad (4\text{-}67)$$

$$I_P = I_B \cosh(rx') + \frac{V_B}{Z_0}\sinh(rx') \qquad (4\text{-}68)$$

ちょっと式変形をして

$$V_P = V_B\left(\cosh(rx') + \frac{Z_B}{Z_0}\sinh(rx')\right) \qquad (4\text{-}69)$$

$$I_P = I_B\left(\cosh(rx') + \frac{Z_B}{Z_0}\sinh(rx')\right) \qquad 4\text{-}70)$$

となります。ここで Z_0 と Z_B の比がでてまいりました。この比を

$$\frac{Z_B}{Z_0} = \tan\theta_B \qquad (4\text{-}71)$$

というように取り決めます。この時のθＢを受電端における位置角といいます。この式(4-71)を使えば式(4-69)は

$$V_P = V_B\left(\cosh(rx') + \frac{1}{\tanh\theta_B}\sinh(rx')\right)$$

$$= V_B\left(\cosh(rx') + \frac{\cosh\theta_B}{\sinh\theta_B}\sinh(rx')\right)$$

$$= \frac{V_B}{\sinh\theta_B}\left(\cosh(rx')\sinh\theta_B + \sinh(rx')\cosh\theta_B\right) \qquad (4\text{-}72)$$

となります。ここで θ_B は受電端の位置角、x' は点Ｐの位置となっていますので、「このγx'＋θ_B は点Ｐにおける位置角ではないか！」といえるのです。

点Ｐの位置角

$$V_B\frac{\underline{\sinh(rx'+\theta_B)}}{\sinh\theta_B}$$

そこで、この点Ｐの位置角ということから、γx'＋θ_B を $\delta_{x'}$ としてしまって

$$V_P = V_B\frac{\sinh\delta_{x'}}{\sinh\theta_B}$$ 位置角を用いた点Ｐの電位 (4-73)

と表します。電流についても同じで

$$I_P = I_B\frac{\cosh\delta_{x'}}{\cosh\theta_B} \qquad (4\text{-}74)$$

と表すことができます。

こうして、線路の特性インピーダンス Z_0 と、負荷インピーダンス Z_B から受電端における位置角 θ_B が求められ、またそこから任意点における位置角 $\delta_{x'}$ を求めることができ、位置角によって電圧・電流の分布を表すことができるということがわかってきました。ところで、任意点の電圧・電流が位置角で表すことができるのですから、任意点から負荷の方へ見たインピーダンスも位置角で表すことができるはずです。この伝送線路の入り口からみたインピーダンスというのが重要で、これがいろいろと応用が効くものなのです。まずはインピーダンスの位置角による表示を求めてみます。

任意点Ｐから負荷の方向に見たインピーダンス Z_p は $Z_P = v_p／i_p$ ですから、式(4-73)，式(4-74)から

$$Z_P = \frac{V_P}{I_P} = \frac{V_B\dfrac{\sinh\delta_{x'}}{\sinh\theta_B}}{I_B\dfrac{\cosh\delta_{x'}}{\cosh\theta_B}} = \frac{V_B\sinh\delta_{x'}}{I_B\cosh\delta_{x'}}\frac{\cosh\theta_B}{\sinh\delta_{x'}} = Z_B\frac{\tanh\delta_{x'}}{\tanh\theta_B}$$

(4-75)

また、式(4-71)から

$$Z_P = Z_B\frac{\tanh\delta_{x'}}{\dfrac{Z_B}{Z_O}} = Z_O\tanh\delta_{x'} \qquad (4\text{-}76)$$

となります。

さて、こうして任意点から負荷を見たときのインピーダンスが求まりました。これから、これらの結果を使って受電端が短絡であったときと開放の時、送電端からみたインピーダンスや電圧・電流分布はどうなるかを求めてみます。特に受電端短絡や開放のインピーダンスというのがインピーダンス整合というものをやる時に必要になる知識(スタブによる整合というやつ)ですし、また電圧・電流分布に至ってはアンテナの電圧・電流分布へ応用が効くのです。まずは、受電端を短絡したり開放にした時、送電端からみたインピーダンスや電圧・電流分布がどうなるかを求めてみましょう。

4-5-4　受電端を短絡した時

受電端を短絡しますと Z_B ＝０ですから、受電端における位置角は

$$\theta_B = \tanh^{-1}\frac{Z_B}{Z_O} = \tanh^{-1}\frac{0}{Z_O} = 0 \qquad (4\text{-}77)$$

となって、任意点Ｐでの位置角はいままでより簡単になり、

$$\delta_{x'} = rx' \qquad (4\text{-}78)$$

となります。したがって送電端からみたインピーダンスは x' ＝Ｌから、式(4-74)により

$$Z_{AS} = Z_0\tanh\delta_{x'} = Z_0\tanh rl \quad (4\text{-}79)$$

となります。受電端が短絡していても送電端から見たインピーダンス Z_{AS} は、０になるとは限らず、０になる場合があるということになります。つまり、伝送線路の長さにより Z_{AS} が変化するのです。

次に電圧・電流分布を求めてみます。送電端の電圧・電流を v_A・i_A とすれば、

$$\frac{V_P}{V_A}=\frac{V_B\dfrac{\sinh rx'}{\sinh\theta_B}}{V_B\dfrac{\sinh rl}{\sinh\theta_B}}=\frac{\sinh rx'}{\sinh rl}$$

$$\therefore V_P=V_A\frac{\sinh rx'}{\sinh rl}\quad(4\text{-}80)$$

$$\frac{I_P}{I_A}=\frac{I_B\dfrac{\cosh rx'}{\cosh\theta_B}}{I_B\dfrac{\cosh rl}{\cosh\theta_B}}=\frac{\cosh rx'}{\cosh rl}$$

$$\therefore I_P=I_A\frac{\cosh rx'}{\cosh rl}\qquad(4\text{-}81)$$

となります。

4-5-5　受電端を開放した時

受電端を開放すると、受電端での位置角 θ_B は、

$$\tanh\theta_B=\frac{Z_B}{Z_O}=\frac{\infty}{Z_O}$$

から

$$\frac{e^{\theta_B}-e^{-\theta_B}}{e^{\theta_B}+e^{-\theta_B}}=\frac{\infty}{Z_O}$$

となればいいのです。この式を満足するためには、分母が 0 になればよいので

$$e^{\theta_B}-e^{-\theta_B}=e^{\theta_B}-\frac{1}{e^{\theta_B}}=0$$

$$e^{2\theta_B}+1=0$$

ここで、$e^{\theta_B}=j\pi/2$ なら

$$e^{2\theta_B}+1=e^{j\pi}+1=\cos\pi+j\sin\pi+1=-1+0+1=0$$

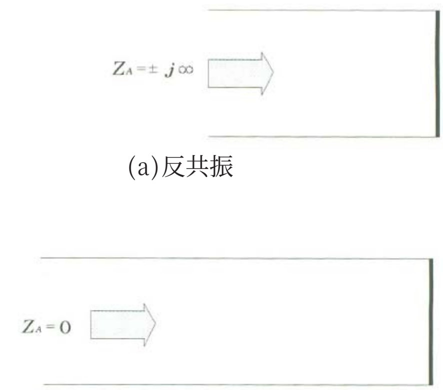
となりますから、$\theta_B=j\pi/2$ で満足します。したがって送電端からみたインピーダンスは、式(4-76)から

$$Z_{A0}=Z_0\tanh\left(rl+j\frac{\pi}{2}\right)=Z_0\cot rl\qquad(4\text{-}82)$$

となります。

次に電圧・電流分布を求めてみましょう。短絡した時と同じように、送電端

の電圧・電流を v_A・i_A とし、$\theta B=j\pi/2$ であることに注意して



(b)共振

図 4-19 線路の共振・反共振

$$\frac{V_B}{V_A}=\frac{V_B\dfrac{\sinh\left(rx'+j\dfrac{\pi}{2}\right)}{\sinh\theta_B}}{V_B\dfrac{\sinh\left(rl+j\dfrac{\pi}{2}\right)}{\sinh\theta_B}}=\frac{\sinh\left(rx'+j\dfrac{\pi}{2}\right)}{\sinh\left(rl+j\dfrac{\pi}{2}\right)}=\frac{j\cosh rx'}{j\cosh rl}=\frac{\cosh rx'}{\cosh rl}$$

$$\therefore V_P=V_A\frac{\cosh rx'}{\cosh rl}\qquad(4\text{-}83)$$

$$\frac{I_P}{I_A}=\frac{I_B\dfrac{\cosh\left(rx'+j\dfrac{\pi}{2}\right)}{\cosh\theta_B}}{I_B\dfrac{\cosh\left(rl+j\dfrac{\pi}{2}\right)}{\cosh\theta_B}}=\frac{\cosh\left(rx'+j\dfrac{\pi}{2}\right)}{\cosh\left(rl+j\dfrac{\pi}{2}\right)}=\frac{j\sinh rx'}{j\sinh rl}=\frac{\sinh rx'}{\sinh rl}$$

$$\therefore I_P=I_A\frac{\sinh rx'}{\sinh rl}\qquad(4\text{-}84)$$

となります。ここでの式変形において、公式②，③，④，⑤を使っておりますから注意して式を追っていってください。

4-6　線路の共振

4-6-1　共振について

線路の受電端を短絡もしくは開放した時、線路の長さ及び周波数により、送電端からみたインピーダンスが変化します。いま、線路に抵抗成分が無い、もしくは十分無視できる大きさ(R≪ωL,G≪ωC)だとすれば、線路の負荷端を短絡、もしくは開放した状態で線路の長さを変化させると、送電端からみたインピーダンスが変化し、ある長さにおいて±j∞や 0 になったりします。このように、リアクタンス成分が∞になるか 0 になった状態をその線路が共振したといいます。リアクタンス成分が 0 になるときは電気回路でいう直列共振にあたり、±j∞になるとき

は、並列共振に相当します。特に、リアクタンス成分が±j∞になったときの共振を反共振ともいいます。ここでは線路の長さがどのような値になったときに共振をおこすのか、またその時の電圧・電流分布はどうなるのかを見ていくことにします。

線路の損失が極めて少ない場合、すなわち線路の抵抗分が十分無視できる線路を考えてみましょう。この時特性インピーダンスZ_0、及び伝搬定数γは

$$Z_0 = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{j\omega L}{j\omega C}} = \sqrt{\frac{L}{C}} \qquad (4\text{-}85)$$

$$r = \sqrt{ZY} = \sqrt{(j\omega L)(j\omega C)} = j\omega\sqrt{LC} = j\beta \qquad (4\text{-}86)$$

となります(βは式(4-19)のβ:位相定数　です)。特性インピーダンスと位相定数がわかったのですから、前節のように、任意点からみたインピーダンスを求めることができます。さて、受電端が短絡、もしくは開放の時の共振を見るわけですから、ここでも短絡と開放とで分けて考えていきましょう。

4-6-2　受電端短絡の時

受電端が短絡の時、送電端からみたインピーダンスは式(4-85),式(4-86)及び式(4-79)から

$$Z_{AS} = Z_o \tanh rl = \sqrt{\frac{L}{C}}\tanh j\beta l = j\sqrt{\frac{L}{C}}\tan\beta l \qquad (4\text{-}87)$$

と純リアクタンスになります。さらにここで、ZASが±j∞となる時と　0となる時の二通り考えられることになりますからそこでも場合分けをすることにします。

①Z_{AS}＝±j∞　となる時

Z_{AS}＝±j∞となるときは

$$\beta l = \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi \qquad (4\text{-}88)$$

の時で、nが偶数の時、Z_{AS}は＋∞となり、nが奇数の時Z_{AS}は－j∞となります。ここでβlを波長を含んだ形に直してみれば、

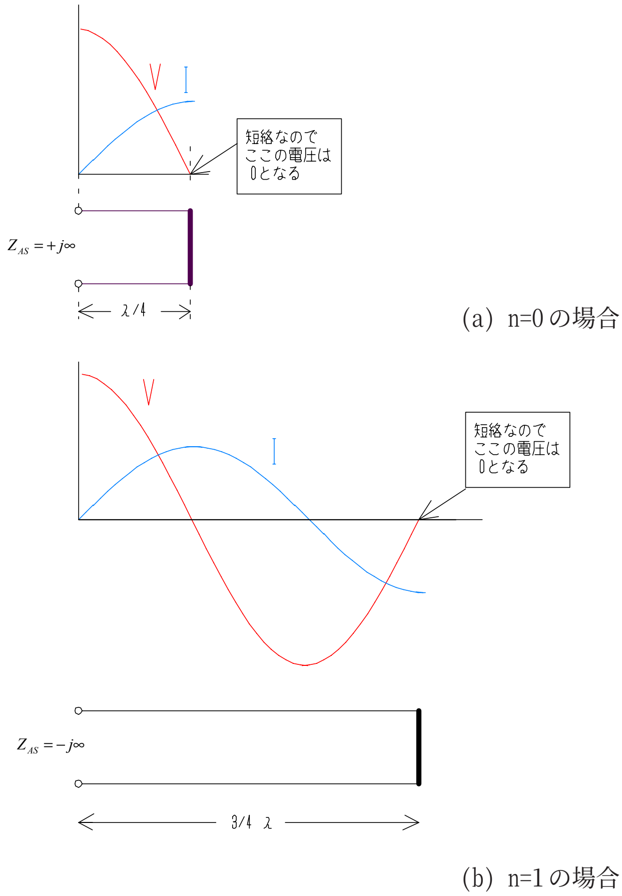
$$\beta l = \frac{2\pi}{\lambda}l \qquad (4\text{-}89)$$

となりますから

$$\left(n + \frac{1}{2}\right)\pi = \frac{2\pi}{\lambda}l$$

$$l = \left(\frac{n}{2} + \frac{1}{4}\right)\lambda \qquad (4\text{-}90)$$

となり、線路が一波長λの1/4,3/4,5/4・・・・の時、送電端から見たインピーダンスがj∞となります。この時線路上の電圧・電流分布はどうなっているのかを次に考えてみることにします。式(4-80)か



受電端が短絡している場合、入力端から見たインピーダンスは、線路の長さがλ/4になったら、+j∞、3/4λの長さになったら-j∞となる。

図4-20 受電端短絡時の反共振

ら

$$V_P = V_A\frac{\sinh rx'}{\sinh rl} = V_A\frac{\sinh j\beta x'}{\sinh j\beta l} = V_A\frac{\sin\beta x'}{\sin\beta l}$$

共振状態ですから、分子に式(4-88)を代入し、分母には式(4-88)を

$$\beta = \frac{\pi}{l}\left(n + \frac{\pi}{2}\right)$$

と変形して代入すれば

$$V_P = V_A\frac{\sin\left(n+\frac{1}{2}\right)\frac{x'}{l}\pi}{\sin\left(n+\frac{1}{2}\right)\pi} = \pm V_A\sin\left(n+\frac{1}{2}\right)\frac{x'}{l}\pi \qquad (4\text{-}91)$$

また電流分布は式(4-81)から

$$I_P = I_A\frac{\cosh rx'}{\cosh rl} = \frac{V_A}{Z_A}\frac{\cosh rx'}{\cosh rl} = \frac{V_A}{Z_O\tanh rl}\frac{\cosh rx'}{\cosh rl}$$

$$= \frac{V_A}{Z_O}\frac{\cosh rx'}{\sinh rl} = \frac{V_A}{Z_O}\frac{\cos\beta x'}{j\sin\beta l} = \pm\frac{V_A}{jZ_O}\cos\frac{(2n+1)\pi x}{2l}$$

(4-92)

となります。

±はｎが偶数の時プラスで奇数の時マイナスをとります(分母の sin β l は式(4-88)より＋1か－1しか値をとらない)。

こうして、電圧・電流分布の式がでましたから実際にどのような分布になるかを計算すれば、**図 4-20** のように表されます。受電端短絡ですから、境界条件により常に線路の先端で、電圧が 0になっていることに注意してください。

②Z_{AS} = 0 となる時

式(4-87)において Z_{AS} = 0 となるのは

$$\beta l = n\pi \quad (n = 1,2,3.......) \quad (4\text{-}93)$$

の時です。この条件式も、波長を含む式に書き直して

$$\frac{2\pi}{\lambda} l = n\pi$$

$$l = \frac{n}{2}\lambda \quad (n = 1,2,3......)$$

こうして、この共振時の電圧・電流分布は

$$I_P = I_A \frac{\cosh rx'}{\cosh rl} = I_A \frac{\cos\beta x'}{\cos\beta l} = I_A \frac{\cos\frac{n\pi x'}{l}}{\cos n\pi} = \pm I_A \cos\frac{n\pi x'}{l} \quad (4\text{-}94)$$

$$V_P = V_A \frac{\sinh rx'}{\sinh rl} = V_A \frac{\sin\beta x'}{\sin\beta l} = Z_A I_A \frac{\sin\beta x'}{\sin\beta l} = I_A Z_0 \tanh j\beta l \frac{\sin\beta x'}{\sin\beta l}$$

$$= jI_A Z_0 \frac{\tan\beta l \sin\beta x'}{\sin\beta l} = jI_A Z_0 \frac{\sin\beta x'}{\cos\beta l} = jI_A Z_0 \frac{\sin\frac{n\pi x'}{l}}{\cos n\pi}$$

$$= \pm jI_A Z_0 \sin\frac{n\pi x'}{l}$$ 符号　n：偶数の時＋　奇数の時－

(4-95)

となります。この式においても電圧・電流分布を**図 4-21** に示します。やはりこの場合も境界条件どうり短絡してあるところの電圧が 0になっています。

4-7　受電端開放の時

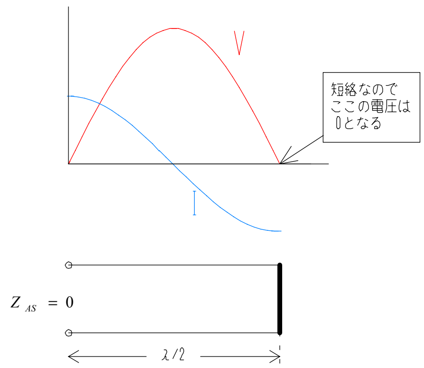
受電端開放の時の送電端からみたインピーダンスは、式(4-82)及び式(4-85)，式(4-86)から

$$Z_{A0} = Z_0 \coth rl = \sqrt{\frac{L}{C}} \coth j\beta l = -j\sqrt{\frac{L}{C}} \cot\beta l \quad (4\text{-}96)$$

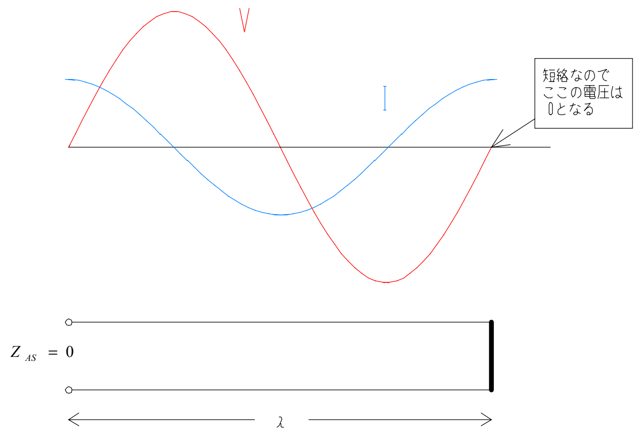
となり、この場合も純リアクタンスとなります。ここでもまた Z_{A0} が±ｊ∞となる場合と 0になる場合とを考えてみましょう。

①Z_{A0} ＝±j∞となる共振

Z_{A0} が±j∞となるのは



(a) n=1 の場合



(b) n=2 の場合

受電端が短絡している場合、入力端から見たインピーダンスは、線路の長さがλ/2および、λになったら、0となる。

図 4-21 受電端短絡時の共振

$$\beta l = n\pi \quad (4\text{-}97)$$

の時です。したがって

$$l = \frac{n}{2}\lambda \quad (n = 1,2,3.....) \quad (4\text{-}98)$$

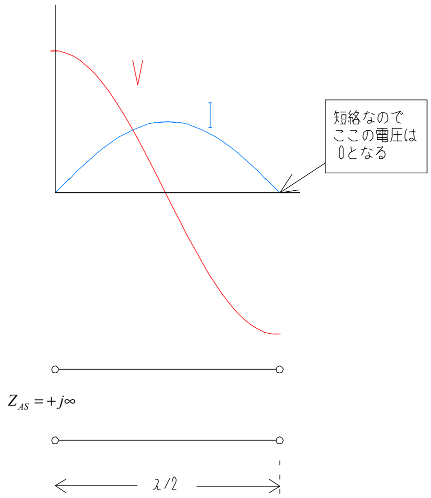
の関係が成り立つときに共振いたします。この時の線路上の電圧・電流分布は式(4-83)より

$$V_P = V_A \frac{\cosh rx'}{\cos rl} = V_A \frac{\cos\beta x'}{\cos\beta l} = V_A \frac{\cos\frac{n\pi}{l}x'}{\cos n\pi}$$

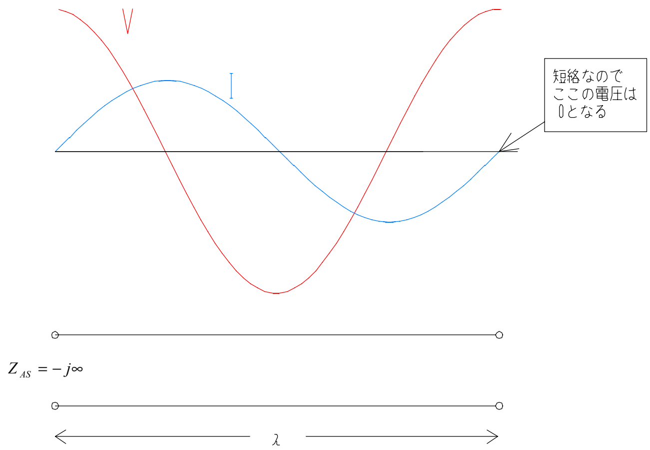
$$= \pm V_A \cos\frac{n\pi}{l}x' \quad (4\text{-}99)$$

符合　n：偶数＋　n：奇数－

また、電流分布は式(4-84)より



(a) n=1 の場合



(b) n=2 の場合

受電端が開放している場合、入力端から見たインピーダンスは、線路の長さがλ/2になったら、$-j\infty$、λの長さになったら$+j\infty$となる。

図 4-22 受電端開放時の反共振

$$I_P = I_A \frac{\sinh \gamma x'}{\sinh \gamma l} = \frac{V_A}{Z_A}\frac{\sinh \gamma x'}{\sinh \gamma l} = \frac{V_A}{Z_0 \coth \gamma l}\frac{\sinh \gamma x'}{\sinh \gamma l}$$

$$= \frac{V_A}{Z_0}\frac{\sinh \gamma x'}{\cosh \gamma l} = \frac{V_A \sin \beta x'}{jZ_0 \cos \beta l} = \frac{V_A \sin \dfrac{n\pi}{l} x'}{jZ_0 \cos n\pi}$$

$$= \mp \frac{V_A}{jZ_0} \sin \frac{n\pi}{l} x' \qquad (4\text{-}100)$$

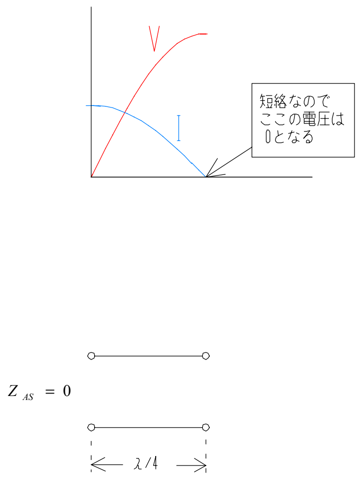
符号 n：偶数 -　奇数 +

となります。この式から電圧・電流分布を求めますと**図 4-22** のようになります。

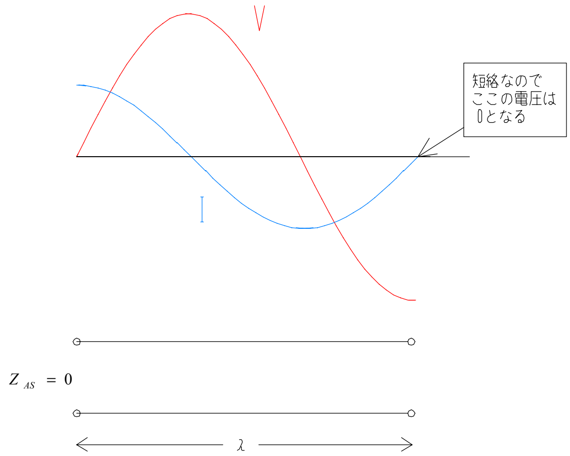
② Z_{A0} = 0 の時の共振

式(4-96)から Z_{A0} = 0 となるのは

$$\beta l = \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi \quad (n = 1,2,3.........) \qquad (4\text{-}101)$$



(a) n=0 の場合



(b) n=1 の場合

受電端が開放している場合、入力端から見たインピーダンスは、線路の長さがλ/4、および3/4λになったら、0となる。

図 4-23 受電端開放時の共振

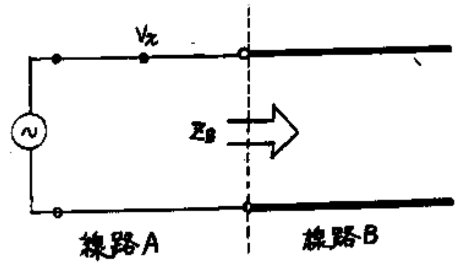
の時です。したがって波長に対し線路の長さが

$$l = \left(\frac{1}{4} + \frac{n}{2}\right)\lambda \qquad (4\text{-}102)$$

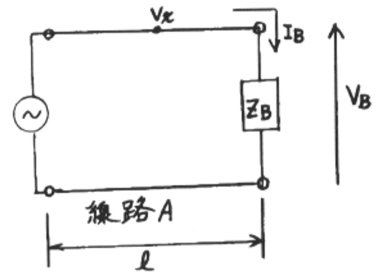
の時に共振します。この時線路上の電流分布は、式(4-84)から

$$I_P = I_A \frac{\sinh \gamma x'}{\sinh \gamma l} = \frac{V_A}{Z_A}\frac{\sinh \gamma x'}{\sinh \gamma l} = I_A \frac{\sin\left(n + \dfrac{1}{2}\right)\dfrac{x'}{l}\pi}{\cos\left(n + \dfrac{1}{2}\right)\pi}$$

$$= \pm I_A \sin\left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{x'}{l}\pi \qquad (4\text{-}103)$$



(a)



(b)

図4-24 異種間線路の接続

符号n:偶数+　奇数-

また、電圧分布は式(4-83)より

$$V_P = V_A \frac{\cosh rx'}{\cos rl} = Z_A I_A \frac{\cosh \beta x'}{\cosh \beta l} = I_A Z_0 \coth rl \frac{\cosh rx'}{\cosh rl}$$

$$= I_A Z_0 \frac{\cosh rx'}{\sinh rl} = I_A Z_0 \frac{\cos\left(n+\frac{1}{2}\right)\frac{x}{l}\pi}{j\sin\left(n+\frac{1}{2}\pi\right)}$$

$$= \mp I_A Z_0 \cos\left(n+\frac{1}{2}\right)\frac{x}{l}\pi \qquad (4\text{-}104)$$

符号n;偶数-　奇数+

となります。この結果から電圧・電流分布を**図4-23**に示します。

4-8　反射と透過

電磁波の場合、異なる媒質の境界にきたとき、反射や透過という現象が起りました。伝送線路を伝わる波にも同じように異なる線路をつないだときなどに反射というものが生じます。いま**図4-24**のように特性インピーダンスの異なる線路をつなげたとしましょう。この時線路A上の電圧・電流分布は、式(4-18),式(4-24)から

$$V_x = Ae^{-rx} + Be^{rx} \qquad (4\text{-}105)$$

$$I_x = \frac{A}{Z_0}e^{-rx} + \left(-\frac{B}{Z_0}\right)e^{rx} \qquad (4\text{-}106)$$

と表すことができます。ここで**図4-24(a)**の線路の境界点から線路bの方を見たインピーダンスをZ_Bとすれば、等価的に**図4-24(a)**は**図4-24(b)**のように書くことができます。そこで、式(4-105),式(4-106)からv_Bとi_Bは

$$V_B = Ae^{-rl} + Be^{rl} \qquad (4\text{-}107)$$

$$I_B = \frac{A}{Z_0}e^{-rl} + \left(-\frac{B}{Z_0}\right)e^{rl} \qquad (4\text{-}108)$$

と表せます。またv_Bは

$$V_B = Z_B I_B = \frac{Z_B}{Z_0}Ae^{-rl} - \frac{Z_B}{Z_0}Be^{rl} \qquad (4\text{-}109)$$

と表すこともできます。ここで

$$(4-107) + (4-109) \times \frac{Z_0}{Z_B}$$

をやりますと

$$V_B = Ae^{-rl} + Be^{rl}$$

$$\frac{Z_0}{Z_B}V_B = Ae^{-rl} - Be^{rl}$$

$$V_B + \frac{Z_B}{Z_0}V_B = 2Ae^{-rl}$$ ・・これは進行波のみの式

となりまして、

$$Ae^{-rl} = \frac{Z_0 + Z_B}{2Z_B}V_B \qquad (4\text{-}110)$$

というように、Z_Bに入ってくる波を表すことができます。また、

(式4-107)−(式4-109)×Z0/ZB

をやりますと

$$V_B = Ae^{-rl} + Be^{rl}$$

$$-\frac{Z_0}{Z_B}V_B = Ae^{-rl} - Be^{rl}$$

$$V_B - \frac{Z_0}{Z_B} V_B = 2Be^{rl}$$ これは反射波のみの式

$$\therefore Be^{rl} = \frac{Z_B - Z_0}{2Z_B} V_B \quad (4\text{-}111)$$

と、Z_B からでていく波、反射波を表すことができます。入射波と反射波を求めることができましたので、反射係数を求めてみれば

$$R_V = \frac{Be^{rl}}{Ae^{-rl}} = \frac{\dfrac{Z_O + Z_B}{2Z_B} V_B}{\dfrac{Z_B - Z_0}{2Z_B} V_B} = \frac{Z_B - Z_O}{Z_B + Z_O} \quad (4\text{-}112)$$

となります。電磁波の時と同じように、この係数は伝送路から送られてきた波がどれだけ反射されてしまうかを表しております。例を上げれば

$Z_B = \infty$　(受電端が開放)　　$R_V =\ 1$
$Z_B = 0$　(受電端が短絡)　　$R_V = -1$
$Z_B = Z_0$　　　　　　　　$R_V =\ 0$

となります。$Z_B = Z_0$ というのは、同じ線路をつないだとき、すなわち境界が無い時と考えてよいでしょう。またこのことから、終端に特性インピーダンスと同じ抵抗をつなぐと反射が無くなる、すなわち無限延長線路と見ることができるのです。

次に透過係数TV を求めてみましょう。透過係数は入射した波と透過した波の比ですから

$$T_V = \frac{V_B}{Ae^{-rl}} = \frac{Ae^{-rl} + Be^{rl}}{Ae^{-rl}} = 1 + \frac{Be^{rl}}{Ae^{-rl}} = \frac{2Z_0}{Z_B + Z_0} = R_V + 1$$

(4-113)

となります。透過した波が V_B というのは、Z_B における電圧が、入射波＋反射波、すなわち v_B がかかっており、境界にて v_B を起電力として線路 b へ波が伝わっていくと考えられるからです。以上が電圧についてですが、電流についても同じように計算できて

$$R_I = \frac{-\dfrac{B}{Z_O} e^{rl}}{\dfrac{A}{Z_O} e^{-rl}} = -R_V = \frac{Z_0 - Z_B}{Z_O + Z_B} \quad (4\text{-}114)$$

$$T_I = \frac{\dfrac{A}{Z_O} e^{-rl} - \dfrac{B}{Z_O} e^{rl}}{\dfrac{A}{Z_O} e^{-rl}} = 1 - \frac{Be^{rl}}{Ae^{-rl}} = 1 - R_V \quad (4\text{-}115)$$

となります。

4-9　クランク図

伝送線路において反射波が存在するということは、負荷へ伝送したエネルギーの一部が負荷で消費されずに信号源側へ戻ってしまうということです。進行波と反射波の比により表される反射係数を用いれば、負荷にちゃんとエネルギーが供給されているかどうかを知ることができます。この反射係数は前節により線路の特性インピーダンスと負荷インピーダンスにより求めることができました。式(4-112)から式(4-115)をちょっと見返してみて下さい。各係数はインピーダンスの比で表されております。つまり、負荷インピーダンスと伝送線路の特性インピーダンスとの大きさ関係さえわかれば良いことになります。そこで、伝送線路のインピーダンスの大きさを基準として各インピーダンスの値を表すようにします。このように表されてたインピーダンスの大きさを正規化インピーダンスといいます。**図4-25** に例を示しましょう。この図のように Z_0 = 50 Ωに Z_b = 25 Ωが接続されている回路と、Z_0 = 100 ΩにZb = 50 Ωが接続されている回路は、回路的に条件としては全く同

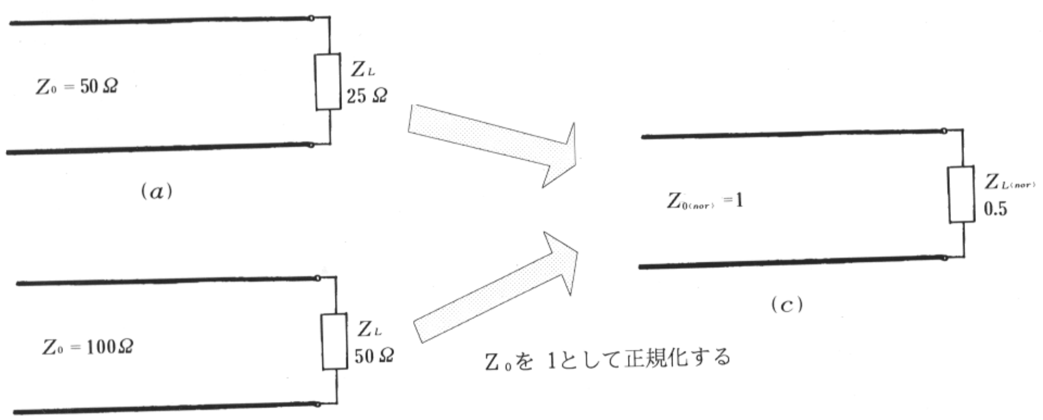


図4-25　正規化インピーダンス

じものと見なすことができます。ですから、これらをひっくるめて**図4-41(c)**のように正規化してしまえば、Z_0がいくらであれ、この条件を満たした回路は全て同じ回路として表すことができて大変便利なのです。正規化インピーダンスを表す記号としては、添え字としてnormalizeの頭三文字をとってZ_P(nor),Z_b(nor)などと表します。値としては、Z_P(nor),Z_b(nor)はZ_P,Z_bを基準である伝送線路の特性インピーダンスZ_0で割ったものとなりますので、

$$Z_{P(nor)}=\frac{Z_P}{Z_O} \qquad (4\text{-}116)$$

$$Z_{B(nor)}=\frac{Z_B}{Z_O} \qquad (4\text{-}117)$$

となります。

　さて、正規化インピーダンスというものについては、ここでひと区切りつけるとして、反射係数について ちょっと深く考えてみることにします。

前節でやった反射係数というものは、負荷抵抗Rbにおける、すなわち境界において入射波に対しどれだけ反射が起るかというもので、その反射係数は式(4-112)を使って表すことができました。ここではさらに、線路の任意点における反射係数を見てみることにします。

図4-26のように、ある点Pから負荷側を見たインピーダンスがZ_Pであるとしましょう。すると同図(b)のような等価回路に置き換えることができますので、式(4-112)から

$$R_{VP}=\frac{Z_P-Z_O}{Z_P+Z_O} \qquad (4\text{-}118)$$

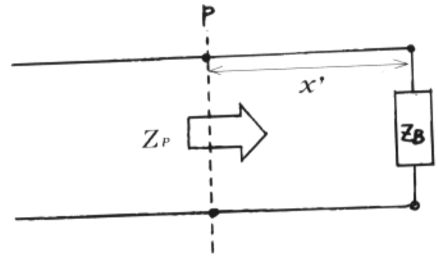
と表すことができます。ところでZ_Pは一般に複素数ですから、反射係数も複素数で表されることになります。そこで、反射係数は、

$$R_{VP}=|R_{VP}|e^{j\varphi_P} \qquad (4\text{-}119)$$

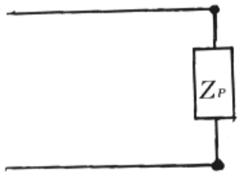
という極座標の表示をすることができます。こうして線路上どの点でも反射係数を表すことができるようになりました。ここで、**図4-26(a)**のように特性インピーダンスがZ_0である伝送線路の終端に負荷インピーダンスZ_bが接続されている場合、線路上各点における反射係数がどうなるのかを考えてみましょう。正規化インピーダンスを使って、点Pにおける反射係数を表すと、

$$R_{VP}=\frac{Z_{P(nor)}-1}{Z_{P(nor)}+1} \qquad (4\text{-}120)$$

となりますから、まずは点Pにおける正規化インピーダンスZ_P(nor)を求めれば、点Pの反射係数を求めることができます。点Pにおけるインピーダンスは式(4-65),式(4-66)から



(a)



(b)

図4-26　線路上の反射係数

$$Z_P=\frac{V_P}{I_P}=\frac{V_B\cosh rx'+Z_OI_B\sinh rx'}{I_B\cosh rx'+\frac{V_B}{Z_O}\sinh rx'}=Z_O\frac{V_B\cosh rx'\,Z_OI_B\sinh rx'}{Z_OI_B\cosh rx'+V_B\sinh rx'}$$

$$=\frac{V_B\cos k_Ox'+jZ_OI_B\sin k_Ox'}{Z_OI_B\cos k_Ox'+jV_B\sin k_Ox'}$$

分母子を$I_B\cos k_Ox'$で割って整理すると

$$=\frac{Z_B+jZ_O\tan k_Ox'}{Z_O+jZ_B\tan k_Ox'}=Z_O\frac{\frac{Z_B}{Z_O}+j\tan k_Ox'}{1+j\frac{Z_B}{Z_O}\tan k_Ox'} \qquad (4\text{-}121)$$

となり、点Pにおける正規化インピーダンスZP(nor)は、

$$Z_{P(nor)}=\frac{Z_{B(nor)}+j\tan k_Ox'}{1+jZ_{B(nor)}\tan k_Ox'} \qquad (4\text{-}122)$$

となります。余談になりますが、点Pのインピーダンスを表す式として式(4-75)がありましたが、この式と式(4-121)は表現方法が違うだけで中身は全く同じです。試しに式(4-121)を変形していけば、ちゃんと式(4-75)になります。　さて、Z_P(nor)が求まりましたから、反射係数を求めてみますと、

$$R_{VP}=|R_{VP}|e^{j\varphi_P}=\frac{Z_{P(nor)}-1}{Z_{P(nor)}+1}$$

$$=\frac{\dfrac{Z_{B(nor)}+j\tan k_Ox'}{1+jZ_{B(nor)}\tan k_Ox'}-1}{\dfrac{Z_{B(nor)}+j\tan k_Ox'}{1+jZ_{B(nor)}\tan k_Ox'}+1}=\left(\frac{Z_{B(nor)}+1}{Z_{B(nor)}-1}\right)\left(\frac{1-j\tan k_Ox'}{1+j\tan k_Ox'}\right)$$

$$= R_V \frac{e^{-jk_o x'}}{e^{jk_o x'}} = R_V e^{-2jk_o x'} = |R_V| e^{\varphi_B} e^{-2jk_o x'}$$

$$= |R_V| e^{j(\varphi_B - 2jk_o x')}$$

となります。この式からいえることは、

$$|R_{VP}| = |R_V| \qquad (4\text{-}123)$$

$$\angle R_{VP} = \angle R_V - 2k_0 x' \qquad (4\text{-}124)$$

ということです。つまり、反射係数の絶対値は、線路上どこでも一定で、そして、その偏角は負荷からの距離に対し直線的に変化するということなのです。このことが、反射係数が重要である一つの理由ともなっています。

さて、負荷の反射係数を求められれば、線路上任意の点の電圧・電流の大きさや位相差、また任意点から負荷を見たときのインピーダンスも簡単に求めることができます。では実際に反射係数を使った任意点の電圧や電流の大きさを求めてみることにしましょう。

まず、いままで座標を電源から負荷に向かっていたものを使っていましたが、これを負荷から電源側に向かったものに変換します。

$$V_P = V_1 e^{rx_P} + V_2 e^{rx_P} = V_1 e^{-r(l-x')} + V_2 e^{-r(l-x')}$$

$$= V_1 e^{-rl} e^{rx'} + V_2 e^{rl} e^{-rx'} = V_i e^{rx'} + V_r e^{-rx'} \qquad (4\text{-}125)$$

ここに、$V_i (= V_1 e^{-rl}), V_r (= V_2 e^{-rl})$ は、負荷における入射電圧・反射電圧を表しております。電流についても同様に変換すれば

$$I_P = \frac{1}{Z_P}\left(V_i e^{rx'} + V_r e^{-rx'}\right) = I_i e^{rx'} + I_r e^{-rx'} \qquad (4\text{-}126)$$

$$\left(I_i = I_1 e^{-rl}, I_r = I_2 e^{rl}\right) \qquad (4\text{-}127)$$

ここで、負荷端における反射係数を $R_{V'} \left(= |R_V| e^{j\varphi_B}\right)$ とすれば、

$$V_P = V_i e^{rx'} + R_V V_i e^{-rx'} = V_i e^{rx'} \left(1 + R_V V_i e^{-2rx'}\right)$$

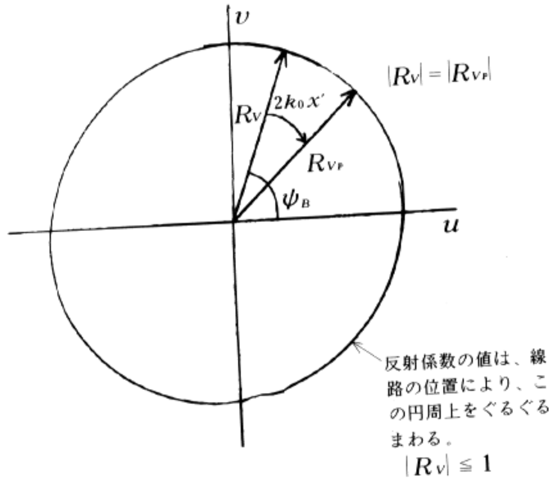


図4-27　クランク図

$$= V_i e^{jkx'} \left(1 + R_V e^{-j2kx'}\right) \qquad (4\text{-}128)$$

$$Z_P I_P = V_i e^{jkx'} \left(1 - R_V e^{-j2kx'}\right) \qquad (4\text{-}129)$$

という、電圧・電流を負荷端における反射係数RVを用いて表した式が得られました。更にこの2式を変形して、

$$\frac{V_P}{V_i e^{jkx'}} = 1 + |R_V| e^{j(\varphi_B - 2kx')} \qquad (4\text{-}130)$$

$$\frac{Z_O V_P}{V_i e^{jkx'}} = 1 - |R_V| e^{j(\varphi_B - 2kx')} \qquad (4\text{-}131)$$

とすれば、式(4-128)のかっこの中は v_P に比例し、式(4-129)のかっこの中は i_P に比例していることがわかります。ですから、式(4-128),式(4-129)のかっこの中(式(4-130),式(4-131)の右辺)について、位置に対する大きさを見れば、線路上の電圧・電流分布がわかってきます。さて、式(4-130),式(4-131)の右辺の第二項を極座標にて表せば**図4-29**のようなベクトルで表現できます。これと同じように、式(4-130),式(4-131)を同図の中でベクトルとして表してみます。式(4-130)(電圧の大きさに比例する)にて表されるベクトルは、1と $|R_V| e^{j(\varphi_B - 2kx')}$ の和ですから、**図4-30**のようにu軸上の -1 を示す点Cをとれば、このC点からのベクトルCAは、線路上の電圧 v_P に比例する

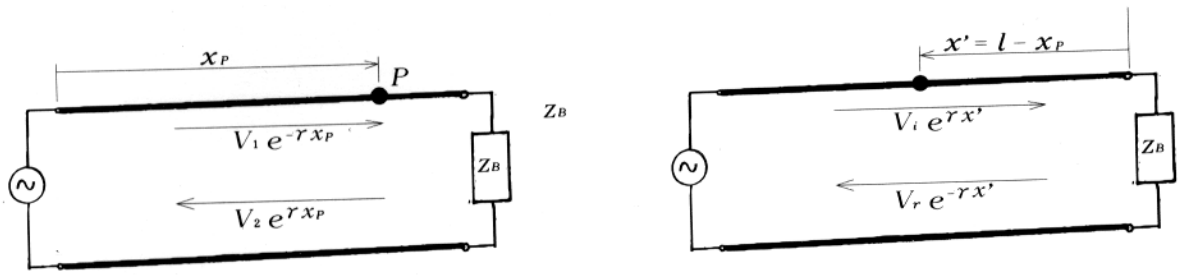


図4-28　座標変換

ベクトルとなります。同じようにC点からB点へと延びるベクトル　CBは、線路上の電流i_Pに比例するベクトルとなります。ですからCA，CBは線路上の電圧・電流を代表するベクトルと考えられ、各ベクトルを$V_i e^{jkx'}$倍してやれば、式(4-130)，(4-131)からv_P，$Z_0 i_P$ということになります。さて、このx'を電源側に向かって進めると、その分**図4-30**のA，Bは時計方向に回転することになります。したがって電圧・電流の大きさを示すベクトルCA，CBの大きさも変化します。よって、x'に対しこのCA，CBの大きさをとっていくと、線路上の電圧・電流分布を書くことができるのです。ちょっと例を挙げてみましょう。負荷インピーダンスが純抵抗で特性インピーダンスの　3倍の大きさの時の電圧電流分布を考えてみます。この時反射係数は、

$$R_V = \frac{Z_{B(nor)}-1}{Z_{B(nor)}+1} = \frac{3-1}{3+1} = \frac{1}{2} \qquad (4\text{-}132)$$

となり、**図4-31**のようにA，Bは単位円の半分のところを回転することになります。そして、負荷Z_bは純抵抗ですから、負荷における電流の大きさを示すベクトルは

V：１＋RV(電圧を表すﾍﾞｸﾄﾙ)

I：１－RV(電流を表すﾍﾞｸﾄﾙ)

ここで　∠RV(負荷における反射の偏角)=0

(4-132)

より、水平の位置になります。

次にx'を電源側に向かってとります。この時x'だけ反射係数は時計方向に回転しますから、電圧・電流を示すベクトルは**図4-32**のようになります。

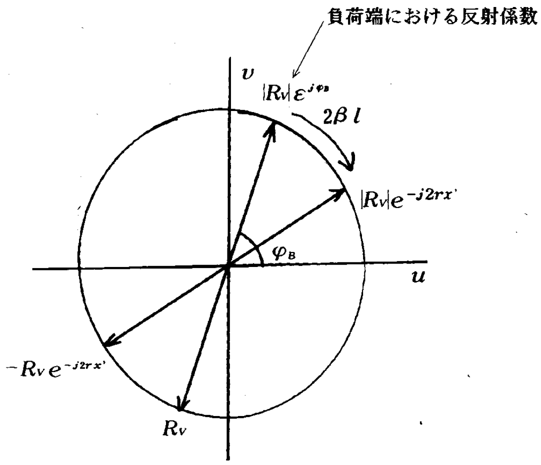


図4-29　lだけ移動したときのクランク図

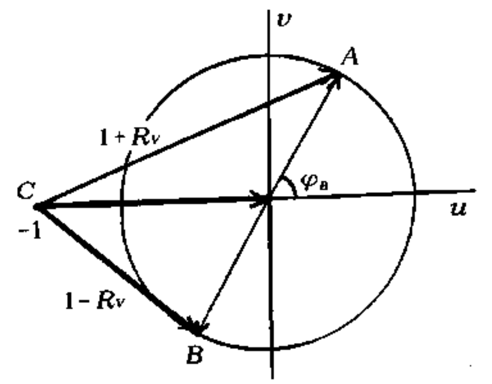


図4-30 ＣＡ　ＣＢは、電圧・電流を表すベクトル

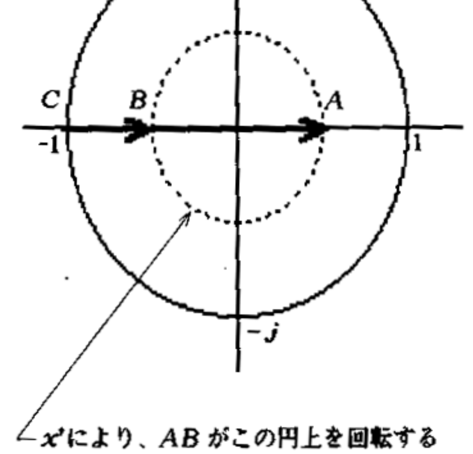


図4-31 RV=　　　　のクランク図

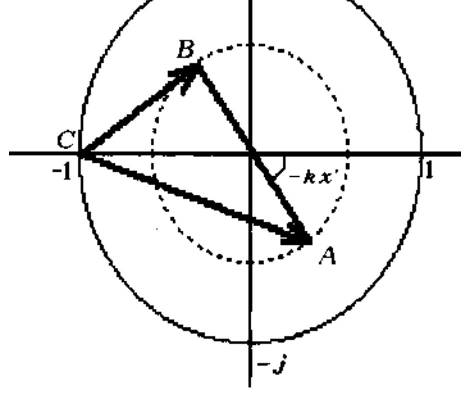


図4-32　負荷よりx'離れた場所でのクランク図

このようにx'を負荷から電源に向かってとってゆき、各x'における電圧・電流を示すベクトルの長さをとってゆけば、**図4-33**のような電圧・電流分布を描くことができます。この図をクランク図といい、いま行なったような電圧・電流分布の他にも、各線路上の電圧・電流の位相差(各点から負荷を見たときのインピーダンスの偏角)や、ある点より負荷を見たインピーダンスを求めるられるという大変便利な図なのです。点Pにおける電圧の大きさを表すベクトルCAを電流を表すベクトルCBで割ってみれば、

$$\frac{\overline{CA}}{\overline{CB}}=\frac{V_P}{Z_O I_P}=\frac{Z_P}{Z_O}=Z_{P(nor)}=\frac{1+|R_V|e^{-j2k_o x'}}{1-|R_V|e^{-j2k_o x'}} \quad (4\text{-}134)$$

となって、両ベクトルの商は正規化インピーダンスに一致します。そして、両ベクトルのなす角(∠bCA)はv_Pとi_Pの位相差、つまりZ_Pの偏角に一致しているのです。

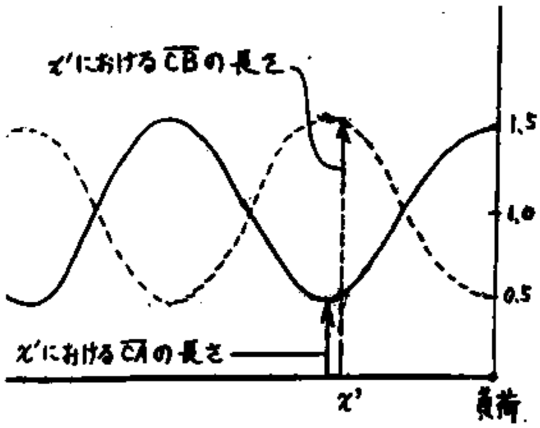


図4-33　クランク図から線路上の電圧･電流分布を求める

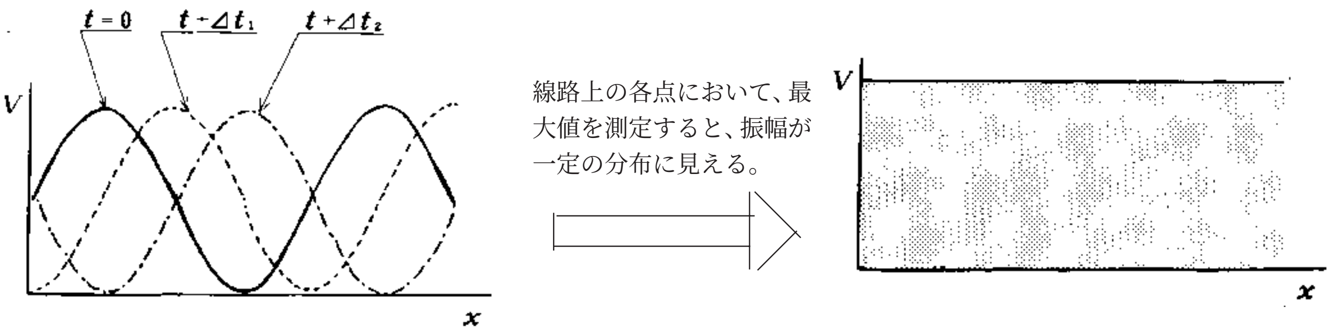
4-10　定在波

線路上を電圧・電流が波として伝わっているのなら、時間を止めるなりしなければ線路上の電圧・電流分布を見ることはできません。かといって時間を止めるなど無理なことですし、瞬時に線路上全ての点での電圧・電流を測定するというものも難しそうです。交流回路において、瞬時値よりも実効値だとか最大値とかいった値の方が良く用いられているように、線路上の電圧・電流分布も瞬時における分布よりは、その場所場所における最大値によって表された分布の方が良く用いられます。では、このような分布がいったいどのようなことに使われるのかを見ていくことに致しましょう。

線路上の電圧・電流の測定をしてみることを考えてみます。当然瞬時値など計れっこありませんから、測定できる値は最大値や実効値といった、そんなたぐいのものになります。測定においては電流よりも電圧の方が測定が容易で、こちらの方が多用されていますから、電圧分布を考えることに致します。では実際に、線路上の電圧分布を測定してみたらどうなるのかを考えてみましょう。

線路上は**図4-34**のように時間とともに波が伝搬しております。仮に測定器が電圧の最大値を指すものであるとするなら、得られる電圧分布は線路上どこでも同じ、まるで直流でも見ているかのような電圧分布が得られ

ます。このような電圧分布を、反射があるとき、しかも反射波の大きさによってどのような分布となるかを調べると大変興味深い結果を得ます。負荷と線路の間でインピーダンス整合がとれていないときに、反射波というものが発生します。そして、その反射波と進行波の関係は、負荷において境界条件を常に



(a)負荷へと伝搬する波

(b)振幅が一定の分布に見える

図4-34　定在波測定器での測定

満たしていなければなりません。実際に負荷が短絡していたときを用いて、どのような反射波が発生するかを考えてみることにします。境界において電圧は常に0でなければなりません。つまり、境界において進行波と位相がちょうど逆になるよう反射波が発生していると考えればこの条件は満たされます。線路上に表される瞬時値は、この進行波と反射波の合成になりますから、**図4-36**に示したように時々刻々と変化することになります。ここで、この合成をよく見ると、電圧の大きさは変っても節と腹の位置に変化が無いことに気が付きます。つまり、この合成波形を**図4-34**に示した測定器を用いて測定してみると**図4-37**のような伝搬波形とはまた違った波を描くことができるのです。このような波を定在波といいます。定在波の腹と腹、もしくは節と節の距離は常にλ／2となり、また振幅の大きさは負荷との整合状態により変化します。ですから、定在波を調べることにより、線路と負荷の間の整合がちゃんとれているか、またわざと定在波をたたせてやれば伝送線路を伝搬する電磁波の波長を調べることもできます。このように定在波を利用して波長や整合状態を調べる方法は定在波法と呼ばれ、この他にインピーダンスの測定も行なうことができます。では、この定在波の大きさと負荷インピーダンスの大きさはどういう関係を持っているのかを見ていくことにしましょう。

図4-36に負荷の状態により定在波がどのようになるのか、いくつか例を挙げてみました。線路と負荷の間に整合がとれているとうねりが生じなく、不整合状態であるとうねりが生じていることがわかります。また、**図4-36**の定在波の電圧分布と電流分布を見てみると、位相が90度ずれております。このことは、任意点でのインピーダンスZ_Pがリアクタンス成分であることを示し、受電端が開放、もしくは短絡であるときの式(4-87)、式(4-96)からも伺えます。とにかく反射があるからこそ**図4-36**のようなうねりを生じるのですが、線路におけるエネルギーの伝搬という面では定在波が発生するということはどういうことなのでしょうか。ここでは詳しい解析はせずに、結果のみを述べます。反射ということは、エネルギーが負荷から電源側へ戻ってくることです。ですから、当然全体的なエネルギーの流れというものは悪くなります。そして、反射が大きければ大きいほどエネルギーの伝搬が悪くなるということは容易に想像がつきます。ここで**図4-36**をもう一度見てみますと、反射が大きいほどうねりが大きくなっていることがわかります。そこで、うねりの電圧(もしくは電流)の最大点と最小点の比をとって整合の度合いを示す値として、これを定在波比といいます。そして、測定のしやすさから電圧の最大値と最小値の比である電圧定在波比VSWR(Voltage Standing Wave Ratio)がよく使われます。**図4-36**からVSWRと線路

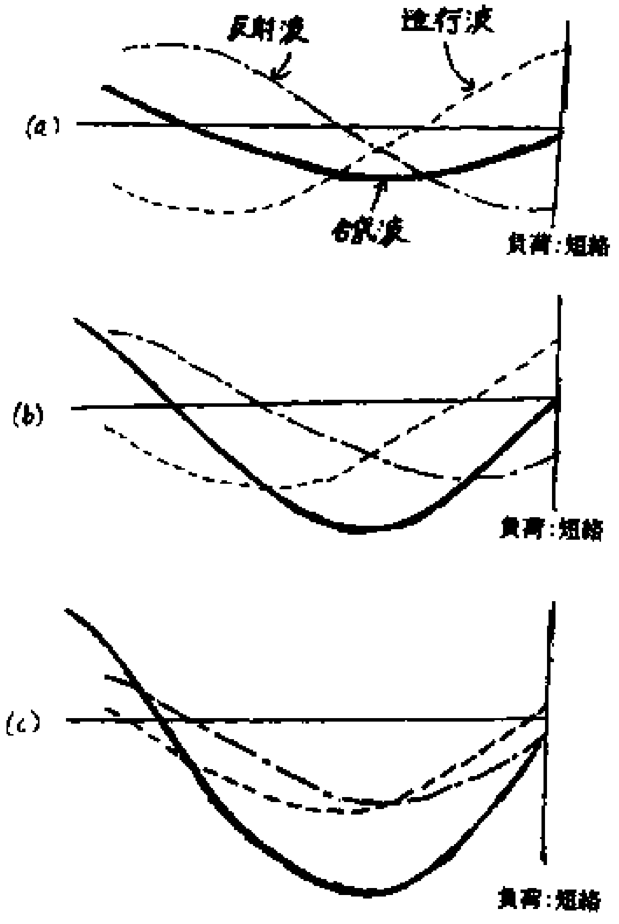


図4-35 負荷端における進行波と反射波

の整合状態を考えると、(a)や(e)の時は無限大になり、(b)や(d)では 3、(c)の整合がとれた状態で 1となります。このVSWRについてもう少し詳しく見てみましょう。まずクランク図を思い出して下さい。**図4-38**が示すように線路上の電圧の大きさを表すものはCAの長さでした。この内点Aがぐるぐる回ってCAの長さが変化するのでしたが、ここで電圧の最大と最小となるのはこの図が示す通りベクトル CAが水平になったときです。この時各々の大きさは

$$V_{\max(nor)} = 1 + |R_V| \qquad (4\text{-}135)$$

$$V_{mix(nor)} = 1 - |R_V| \qquad (4\text{-}136)$$

となりますから、電圧定在波比と反射係数の関係は

$$VSWR = \frac{V_{\max}}{V_{\min}} = \frac{V_{\max(nor)}}{V_{\min(nor)}} = \frac{1+|R_V|}{1-|R_V|} \qquad (4\text{-}137)$$

となります。次に負荷が純抵抗の場合、負荷インピーダンスとVSWRの関係を考えてみます。電圧が最大の時電流は最小になり、

$$V_{\max} = |V_i|(1+|R_V|) \qquad (4\text{-}138)$$

$$Z_O I_{\min} = |V_i|(1-|R_V|) \qquad (4\text{-}139)$$

ですから

$$Z_{\max} = \frac{V_{\max}}{I_{\min}} = Z_O \frac{1+|R_V|}{1-|R_V|} \qquad (4\text{-}140)$$

$$\frac{Z_{\max}}{Z_O} = \frac{1+|R_V|}{1-|R_V|} = VSWR \qquad (4\text{-}141)$$

となり、正規化インピーダンスはVSWRそのものとなります。ただしVSWR≧1ですから、Z0＞Zbの場合は

$$V_{\min} = |V_i|(1-|R_V|) \quad , \quad Z_O I_{\max} = |V_i|(1+|R_V|)$$

$$Z_{\min} = \frac{V_{\min}}{I_{\max}} = Z_O \frac{1-|R_V|}{1+|R_V|} \qquad (4\text{-}142)$$

$$\therefore \frac{Z_O}{Z_{\min}} = \frac{1+|R_V|}{1-|R_V|} = VSWR \qquad (4\text{-}143)$$

となります。ですから、特性インピーダンスが50Ωの線路でVSWR＝2となったときは、負荷が純抵抗の場合RL＝25ΩとRL＝100Ωの時の2通りが考えられますし、また、負荷が純抵抗ではなくリアクタンス成分を持つときは、VSWR＝2となる負荷インピーダンスは無数に考えられることになりますから、負荷インピーダンスからVSWRは求められても、VSWRから負荷インピーダンスを求めるといったことはできません。ですから、VSWRは整合状態を調べるための値として用いられるのです。

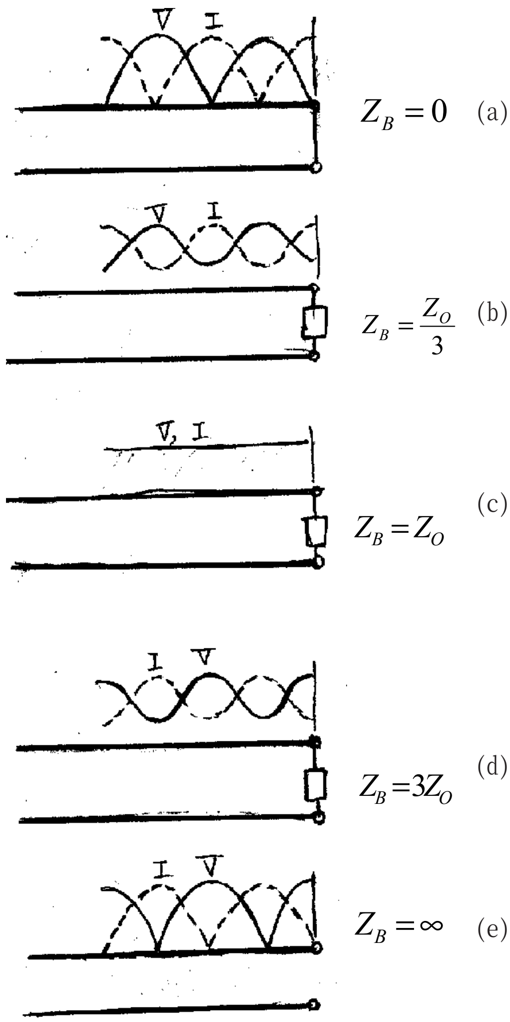


図4-36　負荷端に対する定在波の様子

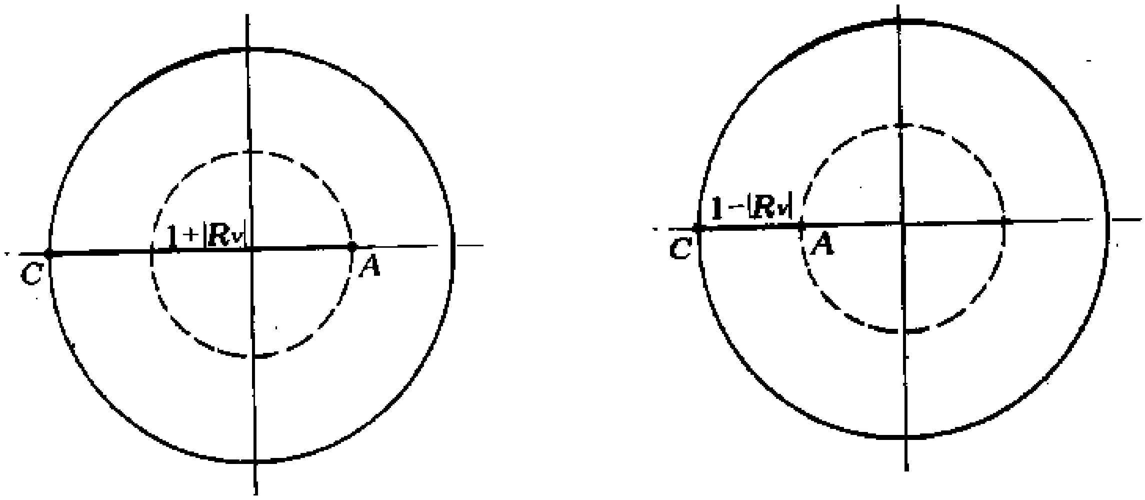


図4-37　電圧が最大の時と最小の時のクランク図